

# 基于复合陷波器的磁悬浮飞轮微振动力抑制\*

曾 源 刘 昆 魏静波

中山大学航空航天学院, 广州 510275



**摘 要** 为控制磁悬浮飞轮的微振动,以振动力为抑制目标,提出了一种基于陷波器的复合控制方法。通过对磁悬浮飞轮干扰系统的建模,分析了振动力产生的机理,将传感器同频干扰和质量不平衡产生的同频振动力与传感器倍频干扰产生的倍频振动力分别进行抑制,提出抑制同频振动力与倍频振动力的全频复合陷波器控制方法,并通过 MATLAB/Simulink 仿真进行振动控制效果的验证,转速为 209rad/s 和 628rad/s 时分别在 0.3s 和 0.65s 后振动力趋近于 0N;仿真结果表明,复合陷波器控制方法可以在全频范围内快速抑制同频及倍频振动力。

**关键词** 磁悬浮转子;不平衡振动;传感器干扰;复合陷波器

**中图分类号:** V448.22      **文献标识码:** A

**文章编号:** 1006-3242(2022)03-0062-06

## Micro-Vibration Suppression of Magnetic Levitation Flywheel Based on Compound Notch Filter

Zeng Yuan, Liu Kun, Wei Jingbo

School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

**Abstract** In order to control the micro-vibration of maglev flywheel, by taking the vibration force as the suppression target, a compound control method based on notch filter is proposed. Through the modelling of magnetic levitation flywheel interference system, the mechanism of vibration force is analyzed, and the synchronous vibration force caused by sensor runout, unbalanced vibration force and the frequency-doubling vibration force caused by sensor runout are suppressed respectively. A full-frequency compound notch filter control method for suppressing synchronous vibration force and frequency doubling vibration force is proposed, and the vibration control effect is verified by MATLAB/Simulink simulation. When the rotational speed is 209rad/s and 628rad/s, the vibration force approaches to 0N after 0.3s and 0.65s, respectively. The simulation results show that the synchronous and frequency-doubling vibration force in the full frequency range can be quickly suppressed by using the compound notch filter control method.

**Key words** Magnetic levitation rotor; Unbalanced vibration; Sensor runout; Compound notch filter

\* 深圳市基础研究重点项目(基 2020N015)

收稿日期:2021-06-30

作者简介:曾 源(1985-),男,博士研究生,主要研究方向为磁悬浮飞轮结构设计及振动控制;刘 昆(1965-),男,教授,主要从事磁悬浮惯性机构设计及控制研究,通讯作者,E-mail:liukun6@mail.sysu.edu.cn;魏静波(1986-),男,副教授,主要从事磁悬浮惯性机构的控制研究。

## 0 引言

航天器活动部件中飞轮是姿态控制的常用动力部件,也是航天器微振动的主要产生源,微振动会对航天器的成像质量和指向精度等关键性能产生较大影响,磁悬浮飞轮因具有无摩擦、阻尼可调以及可进行主动振动控制等优点越来越受到学者的关注,国内外学者对飞轮的振动机理及动力学建模进行了研究并取得了一系列成果<sup>[1-4]</sup>。

磁悬浮飞轮转子在加工制造时可以进行动平衡调整,但是不平衡质量仍然无法全部消除,因此飞轮转子在高速旋转时会产生不平衡振动,同时由于加工及材质不均的影响,磁悬浮轴承中位移传感器测量时会产生同频及倍频振动<sup>[5]</sup>。刘彬等<sup>[6]</sup>提出一种开环轴承力补偿的磁悬浮飞轮不平衡振动控制方法,该方法通过补偿位移刚度力达到控制不平衡振动力。魏彤等<sup>[7]</sup>提出一种位移刚度力超前前馈补偿的控制方法,消除同频电流后,再采用前馈对同频位移刚度力进行补偿;以上都是采用消除同频电流补偿位移刚度力进行振动的控制,而直接以振动力或者力矩为控制目标的研究较少。崔培玲<sup>[8]</sup>等通过相移陷波器在全频内对不平衡振动产生的振动力进行了抑制研究。刘强<sup>[9]</sup>等将不平衡振动产生的约束力和惯性轴与几何轴不重合引起的离心力进行前馈,有效抑制了不平衡振动产生的径向振动。彭聪等<sup>[10]</sup>提出一种二阶陷波器控制方法,即在高低不同速度时采用陷波器交叉进行同频振动控制,取得较好的同频电流振动力控制效果,并对频率变化的同频振动力的抑制进行了研究<sup>[11]</sup>,但研究对象仅为质量不平衡产生的同频振动力,没有同时考虑除位移传感器等干扰产生的倍频振动力。

崔培玲等<sup>[2,12]</sup>主要采用重复控制方法,对磁悬浮飞轮系统同频及倍频电流进行了控制研究。通过电流控制了磁悬浮飞轮的微振动,没有抑制位移刚度力,且采用的重复控制方法因计算量大,收敛速度受到一定限制。

本文提出一种复合陷波器控制方法,通过直接构造同频振动力,控制由质量不平衡及传感器干扰产生的同频振动力,同时为提高控制精度,基于级联陷波器对传感器干扰产生的倍频电磁力进行抑制,达到抑制不平衡及传感器干扰产生振动力的目的。仿真研究验证了该复合控制方法的有效性。

## 1 磁悬浮飞轮干扰系统建模及分析

磁悬浮飞轮模型如图1所示,该飞轮为两自由度主动磁轴承,图中三自由度通过永磁体磁力进行被动稳定,飞轮转子绕飞轮定子旋转,本文主要研究两径向自由度的主动控制<sup>[13]</sup>。

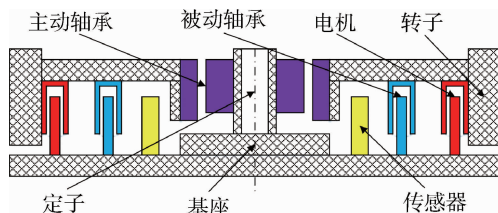


图1 两自由度主动磁悬浮飞轮

根据牛顿第二定律,两径向自由度运动方程可表示为:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_{cx} \\ m\ddot{y} = F_{cy} \end{cases} \quad (1)$$

其中  $m$  为转子质量,  $F_{cx}$  为  $x$  方向合力,  $F_{cy}$  为  $y$  方向合力。考虑到  $x$  方向和  $y$  方向的对称性,为研究方便,以  $x$  方向为例进行分析;对磁悬浮系统中电磁力在平衡点进行线性化,并考虑不平衡质量振动时,动力学方向如下:

$$m\ddot{x} = K_h x + K_i i + f_d \quad (2)$$

其中,  $K_h$  和  $K_i$  分别表示位移刚度系数和电流刚度系数,其中  $f_d$  为不平衡力,  $\Omega$  为转速,  $e$  为不平衡参数,  $\phi$  为初始角,则  $f_d$  可表示为

$$f_d = m e \Omega^2 \cos(\Omega t + \phi) \quad (3)$$

而位移传感器干扰可以表示如下<sup>[14]</sup>

$$X_{sr} = \sum_{n=1}^{\infty} e_{sr} \sin(n\Omega t + \theta) \quad (4)$$

其中  $n$  为谐波阶次,  $e_{sr}$  为传感器干扰系数,  $\theta$  为初始角。

根据动力学方程系统的控制框图如图2所示

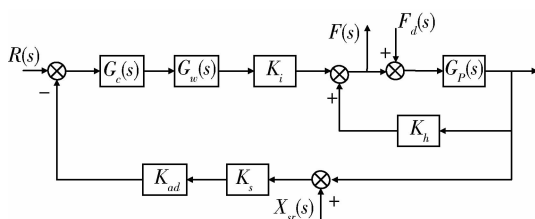


图2 x方向控制框图



## 2.2 复合陷波器的设计及分析

根据实验室飞轮的振动频谱分析结果可知,该实验对象主要存在同频及 5 倍频的振动,因此在下述复合陷波器的设计中,  $G_n(s)$  以 5 倍频为例进行设计及分析。

### 2.2.1 多频陷波器 $G_n(s)$ 的设计

为设计方便,采取分步法进行复合陷波器的设计

$$G_0(s) = \frac{-K_s G_B(s) G_n(s)}{1 - G_P(s) K_h + K_s G_P(s) G_B(s) + [G_n(s) - 1] K_s G_P(s) G_B(s)} = G'_0(s) \frac{s^2 + (5\Omega)^2}{s^2 + (5\Omega)^2 + \xi_5 (T_{R5}s - 5\Omega T_{J5}) G_0(s)}$$
 (16)

其中

$$G'_0(s) = \frac{-K_s G_B(s)}{1 - G_P(s) K_h + K_s G_P(s) G_B(s)} \quad (17)$$

$$G''_0(s) = \frac{1 - G_P(s) K_h}{1 - G_P(s) K_h + K_s G_P(s) G_B(s)} \quad (18)$$

$G'_0(s)$  和  $G''_0(s)$  为原系统闭环传递函数特征方程一致的传递函数,在原系统稳定的前提下,系统稳定只需要考虑如下方程特征根的分布

$$s^2 + (5\Omega)^2 + \varepsilon_5 (T_{R5}s - 5\Omega T_{J5}) G''_0(s) = 0 \quad (19)$$

由上式可知,当  $\varepsilon_5 = 0$  时,  $s = \pm 5\Omega j$  为该特征方程的根,为使系统稳定,其特征根分布在左半平面,以  $\varepsilon_5$  为自变量对  $s$  求偏导得

$$\left. \frac{\partial s}{\partial \varepsilon_5} \right|_{\varepsilon_5=0, s=5\Omega j} = -\frac{1}{2} (T_{R5} + T_{J5}j) G''_0(5\Omega j) \quad (20)$$

其幅角满足如下条件,则可以使其特征根分布在左半平面

$$\arg \left[ \left. \frac{\partial s}{\partial \varepsilon_5} \right|_{\varepsilon_5=0} \right] \in (90^\circ, 270^\circ) \quad (21)$$

即  $T_{R5}, T_{J5}$  满足如下不等式时系统稳定:

计,即设计  $G_n(s)$  时暂不考虑同频陷波  $N_f(s)$ ,加入  $G_n(s)$  陷波器后,则系统以倍频量  $X_{sr2}(s)$  为输入,  $F(s)$  为输出,其闭环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{-K_s G_B(s) G_n(s)}{1 - G_P(s) K_h + K_s G_P(s) G_B(s) G_n(s)} \quad (15)$$

上式可改写为

$$-\frac{\pi}{2} < \arg(T_{R5} + T_{J5}j) + \arg G''_0(5\Omega j) < \frac{\pi}{2} \quad (22)$$

### 2.2.2 同频陷波器 $N_f$ 的设计

完成  $G_n(s)$  的设计后,进行同频陷波器  $N_f$  的设计,同理将式(12)改写,得到系统的稳定所需特征方程为

$$s^2 + \Omega^2 + \varepsilon (T_R s - \Omega T_J) S'(s) = 0 \quad (23)$$

$$S'(s) = \frac{G_B(s) G_n(s)}{1 - G_P(s) K_h + G_P(s) K_s G_B(s) G_n(s)} \quad (24)$$

$S'(s)$  为前述设计所得包含  $G_n(s)$  的稳定系统。

同理根据根轨迹出射角要求,为使系统稳定,  $T_R$  和  $T_J$  须满足

$$-\frac{\pi}{2} < \arg(T_R + T_Jj) + \arg S'(\Omega j) < \frac{\pi}{2} \quad (25)$$

## 3 仿真校验

为校验上述控制方法的抑制效果,采用 MATLAB/Simulink 进行仿真分析研究,飞轮磁悬浮转子系统的仿真参数见表 1。

表 1 磁悬浮飞轮参数

参数	数值	参数	数值
转子质量 $m/\text{kg}$	4.8	低通时间常数	0.0001
电流刚度系数 $K_l/(\text{N} \cdot \text{A}^{-1})$	125	不平衡参数 $e/\mu\text{m}$	50
位移刚度系数 $K_h/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	50000	传感器干扰系数 $e/\mu\text{m}$	5
功放增益 $K_w/(\text{A} \cdot \text{V}^{-1})$	0.00004	$N$	10000
功放时间常数 $\tau_w$	0.0005	$K_p$	3
传感器灵敏度 $K_s/(\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$	8000	$K_i$	0.1
采样增益 $K_{ad}/\text{V}^{-1}$	3276.8	$K_d$	0.012

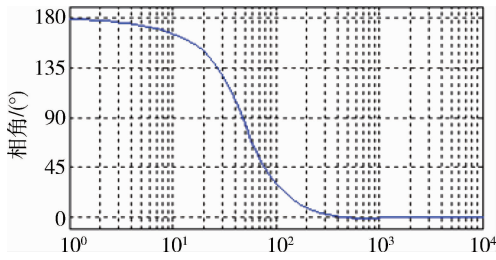


图4 式(18)相频特征曲线

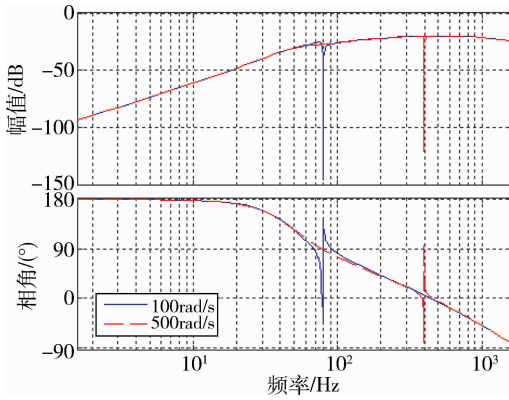


图5 不同转速下式(24)幅频相频特征曲线

根据表1中转子系统各参数绘制式(18)的相频特征曲线如图4所示,为使得控制系统稳定,需满足式(22),根据图中给出的不同转速时的相位角变化,为使系统在全频内保持稳定,设定  $\varepsilon_s = 2, T_{5R}$  和  $T_{5J}$  取值如下

$$\begin{cases} T_{5R} = -10, T_{5J} = -1 & \Omega \leq 60 \text{ rad/s} \\ T_{5R} = 10, T_{5J} = -1 & \Omega > 60 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (26)$$

式(24)中  $S'(s)$  含有  $G_n(s)$ , 分别绘制转速  $\Omega = 100 \text{ rad/s}, \Omega = 500 \text{ rad/s}$  时  $S'(s)$  的幅相频特征曲线如图5所示,由其幅频特征曲线可知,由于  $G_n(s)$  的存在,在5倍转速处幅值具有较好的抑制值,其相位角的范围为  $(-80^\circ, 180^\circ)$ ,为使系统稳定,需满足式(25),  $T_R$  和  $T_J$  可取如下值:

$$\begin{cases} T_R = -200, T_J = -10 & \Omega \leq 400 \text{ rad/s} \\ T_R = 100, T_J = -10 & \Omega > 400 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (27)$$

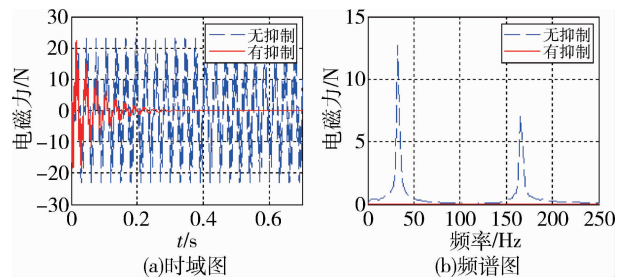


图6 有无抑制对比(转速 209rad/s)

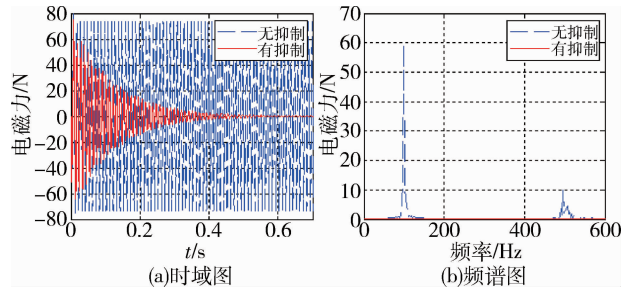


图7 有无抑制对比(转速 628rad/s)

考虑质量不平衡及传感器干扰,分别在转速  $209 \text{ rad/s}$  和  $628 \text{ rad/s}$  下进行仿真研究。当采用  $T_R = -200, T_J = -10$  时,转速为  $628 \text{ rad/s}$  时系统失稳,说明此时需改变参数补偿其相角;而采用  $T_R = 100, T_J = -10$  后系统稳定,补偿后仿真系统稳定。仿真结果分别如图6和图7所示。按照式(26)参数进行仿真时,系统在高速仍然可以保持稳定,验证了在全频工作范围内保持系统稳定的可行性。

在未采用主动振动控制时,系统振动力时域变化如图6(a)和图7(a),电磁力因质量不平衡及传感器干扰产生较大振动,特别是在转速较高时,振动力较大,在转速  $209 \text{ rad/s}$  和  $628 \text{ rad/s}$  时,其同频振动力幅值分别达到  $13.5 \text{ N}$  和  $58 \text{ N}$ ,电磁力振动会对磁悬浮飞轮的工作效果产生不利影响。为了抑制振动力,采用复合陷波器进行控制,仿真结果如图6(b)和图7(b)所示,同频振动和倍频振动都得到了抑制;从时域图可以看出,转速为  $209 \text{ rad/s}$  的系统在  $0.3 \text{ s}$  时,其值趋近为  $0 \text{ N}$ ,转速为  $628 \text{ rad/s}$  的系统在  $0.65 \text{ s}$  时,其值也趋近为  $0 \text{ N}$ ,说明干扰产生的振动力能很快被完全抑制。

## 4 结论

通过建立磁悬浮飞轮受干扰模型,以振动力为研究对象,分析了同频及倍频振动力产生的机理,提出以同频振动力与倍频电流刚度力复合控制的微振动力控制方法,并在全频率工作范围下对复合陷波器进行了设计;采用 MATLAB/Simulink 仿真校验了转速在  $209 \text{ rad/s}$  和  $628 \text{ rad/s}$  时振动抑制情况,同频振动和倍频振动的幅值均趋近于  $0 \text{ N}$ ,研究表明:在采用复合陷波器控制方法后,不平衡振动及传感器干扰产生的振动力得到了有效控制,验证了该方法的有效性;但是当系统存在多倍频率干扰时,复合陷波器的设计相对复杂,因此改进抑制多

倍频的方法将是下一步值得研究的问题。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] 孟猛, 樊亚洪, 张激扬, 等. 磁悬浮飞轮微振动特性及其主动振动控制方法研究[J]. 空间控制技术与应用, 2014, 40(2): 53-58. (Meng Meng, Fan Yahong, Zhang Jiyang, et al. Micro-vibration characteristics and its adaptive vibration control of magnetically suspended flywheels [ J ]. Aerospace Control and Application, 2014, 40(2): 53-58. )
- [ 2 ] Cui P L, Li S, Zhao G Z, et al. Suppression of harmonic current in active-passive magnetically suspended CMG using improved repetitive controller [ J ]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21 ( 4 ): 2132-2141.
- [ 3 ] 张激扬, 陈宗基, 刘虎. 磁悬浮飞轮位移传感器谐波扰动的主动抑制 [ J ]. 宇航学报, 2015, 36 ( 11 ): 1289-1295. (Zhang Jiyang, Chen Zongji, Liu Hu. Active control of multi-frequency vibration caused by displacement sensor runout in magnetic suspension flywheel [ J ]. Journal of Astronautics, 2015, 36 ( 11 ): 1289-1295. )
- [ 4 ] 徐向波, 陈劭, 刘晋浩. 重复控制与积分正反馈组合的磁轴承低功耗控制 [ J ]. 光学精密工程, 2017, 25 ( 8 ): 2149-2154. (Xu Xiangbo, Chen Shao, Liu Jinhao. Low power control of magnetic bearing combined by repetitive control and positive integral feedback [ J ]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25 ( 8 ): 2149-2154. )
- [ 5 ] 房建成, 张会娟, 刘虎. 磁悬浮刚性转子系统振动机理分析与动力学建模 [ J ]. 控制理论与应用, 2014, 31 ( 12 ): 1707-1713. (Fang Jiangcheng, Zhang Huijuan, Liu Hu. Vibration mechanism analysis and dynamic model development of magnetically suspended rigid rotor system [ J ]. Control Theory & Applications, 2014, 31 ( 12 ): 1707-1713. )
- [ 6 ] 刘彬, 房建成, 刘刚, 等. 磁悬浮飞轮不平衡振动控制方法与试验研究 [ J ]. 机械工程学报, 2010, 46 ( 12 ): 188-194. (Liu Bin, Fang Jiancheng, Liu Gang, et al. Unbalance vibration control and experiment research of magnetically suspended flywheels [ J ]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46 ( 12 ): 188-194. )
- [ 7 ] 魏彤, 向岷. 磁悬浮高速转子基于位移刚度力超前前馈补偿的高精度自动平衡方法 [ J ]. 机械工程学报, 2012, 48 ( 16 ): 184-191. (Wei Tong, Xiang Min. Autobalancing for magnetically suspended high-speed rotors based on lead feedforward compensation for displacement stiffness force [ J ]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48 ( 16 ): 184-191. )
- [ 8 ] 崔培玲, 赵光再, 房建成, 等. 基于相移陷波器的磁轴承不平衡振动全频自适应控制 [ J ]. 振动与冲击, 2015, 34 ( 20 ): 16-20. (Cui Peiling, Zhao Guangzai, Fang Jiancheng, et al. Adaptive control of unbalance vibration for magnetic bearings based on phase-shift notch filter within the whole frequency range [ J ]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34 ( 20 ): 16-20. )
- [ 9 ] 刘强, 胡灯亮, 吴波, 等. 磁悬浮飞轮不平衡振动前馈抑制方法与实验 [ J ]. 航天控制, 2017, 35 ( 1 ): 71-76. (Liu Qiang, Hu Dengliang, Wu Bo, et al. Unbalance vibration feedforward restraint and experiment for magnetic bearing flywheel [ J ]. Aerospace Control, 2017, 35 ( 1 ): 71-76. )
- [ 10 ] Peng C, Zhu M, Wang K, et al. A two-stage synchronous vibration control for magnetically suspended rotor system in the full speed range [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67 ( 1 ): 480-489.
- [ 11 ] Peng C, Fan Y H, Huang Z, et al. Frequency-varying synchronous micro-vibration suppression for a MSFW with application of small-gain theorem [ J ]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 82: 432-447.
- [ 12 ] Cui P L, Han D, Zhang G Z, et al. Robust odd repetitive controller for magnetically suspended rotor system [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66 ( 3 ): 2025-2033.
- [ 13 ] Zhang Y, Liu K, Zhang Z Z. Harmonic vibration suppression for magnetically suspended flywheel with rotor unbalance and sensor runout [ J ]. AIP Advances. 2018, 8 ( 10 ): 105207.
- [ 14 ] Setiawan J D, Mukherjee R, Maslen E H. Adaptive compensation of sensor runout for magnetic bearings with uncertain parameters: theory and experiments [ J ]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 2001, 123 ( 2 ): 211-218.
- [ 15 ] Herzog R, Buhler P, Gahler C, et al. Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings [ J ]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4 ( 5 ): 580-586.