

# 改进型模型预测静态规划制导律算法

胡任祎<sup>1</sup> 贺彦峰<sup>1</sup> 史丽楠<sup>1</sup> 马洋洋<sup>2</sup> 泮斌峰<sup>2</sup>

1. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854

2. 西北工业大学航天学院, 西安 710072



**摘 要** 提出两种改进型模型预测静态规划(MPSP)制导律算法,以提高在弱初始猜测条件下的收敛性。首先,将MPSP算法视作应用于欠定系统求根问题的牛顿迭代法;然后,基于线搜索和信赖域策略提出两种改进型MPSP算法;最后,以多约束条件下导弹末制导问题作为算例进行仿真分析,结果表明两种改进型MPSP算法在保证计算效率的前提下,具备更强的收敛性。

**关键词** 模型预测静态规划;线搜索;信赖域;导弹;末制导

**中图分类号**:TJ765.3 **文献标识码**:A

**文章编号**:1006-3242(2022)03-0022-06

## Research on Improved Model Predictive Static Programming-based Guidance Algorithm

Hu Renyi<sup>1</sup>, He Yanfeng<sup>1</sup>, Shi Linan<sup>1</sup>, Ma Yangyang<sup>2</sup>, Pan Bin Feng<sup>2</sup>

1. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China

2. School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

**Abstract** The two improved model predictive static programming (MPSP) algorithms are presented to address the drawback of poor convergence property. Firstly, the MPSP is treated as a Newton-type method for underdetermined systems. Then, the line-search and trust region strategies are introduced to improve the performance of the MPSP algorithm. Finally, numerical simulations are conducted for missile terminal guidance problems. Results show that the improved algorithms have excellent convergence performance as well as high computational efficiency.

**Key words** Model predictive static programming; Line search; Trust region; Missile; Terminal guidance

## 0 引言

随着战场环境的日益复杂化和防御体系的发展完善,仅考虑单一命中精度要求的导弹末制导律

已经不能满足现代战争需要。例如,对于反舰作战,不仅需要导弹能够精确命中目标,还需要满足特定的攻击角度以增加毁伤效果;对于协同作战,为保证导弹同时命中目标,需要满足攻击时间约束等。因此,研究复杂环境多约束条件下制导律,以

收稿日期:2021-06-02

**作者简介**:胡任祎(1983-),男,高级工程师,主要研究方向为飞行器导航、制导与控制;贺彦峰(1977-),男,高级工程师,主要研究方向为飞行器导航、制导与控制;史丽楠(1985-),女,主要研究方向为高超声速飞行器控制技术;马洋洋(1991-),男,博士研究生,主要研究方向为飞行器动力学、制导与控制,通信作者:E-mail:mayy@mail.nwpu.edu.cn;泮斌峰(1981-),男,教授,主要研究方向为飞行器自主制导控制技术。

增加毁伤效果和提高作战效能,具有重要的理论价值和应用前景<sup>[1,2]</sup>。

除了传统的比例导引律,先进制导律的研究工作主要依赖于最优控制、滑模变结构控制、李雅普诺夫理论、反馈线性化等控制理论。文献[3]针对再入飞行器含终端位置约束和落角约束的末制导问题,引入了二次型性能指标函数,将含约束的末制导问题描述为线性二次型最优控制问题,推导了Riccati方程以提供时变反馈增益,最终得到一种次优末制导律。文献[4]基于滑模控制理论提出了一种以期落角拦截静止和匀速运动目标的制导律。该方法在有限时间内选择合适的导弹横向加速度并在设计的开关表面上施加非奇异的终端滑模,进而实现期望的撞角。文献[5]针对含有攻击时间和终端落角的末制导问题,提出了一种既可用于反舰导弹的有效齐射攻击也可用于无人飞行器的协同任务的新型制导律,该制导律可以引导导弹在指定的攻击时间内以规定的撞角角度打击目标。另外,基于深度学习和强化学习理论的导弹智能制导技术也得到了充分发展<sup>[6-7]</sup>,本文不再展开讨论。

近年来,模型预测静态规划(Model Predictive Static Programming, MPSP)算法在轨迹优化以及制导控制领域得到广泛研究和应用。它结合模型预测控制和静态规划思想,能够高效解决含终端约束的两点边值问题,具有在线计算潜力。文献[8]针对弹道导弹再入段含终端落角约束的末制导问题,以制导过程消耗能量最少作为性能指标,建立最优控制问题,采用MPSP算法将动态规划问题转换成静态规划问题,进而得到解析最优控制量,在打击静止和机动目标两种场景中验证了该制导律的有效性。文献[9]针对多枚导弹协同制导问题,以含攻击时间约束的制导律作为初始猜测,采用MPSP算法对控制变量进行迭代更新直至满足落点和落角约束,从而得到能够同时满足攻击时间和攻击角度约束的次优协同制导律。文献[10]在MPSP算法基础上,推导终端输出和终端时间误差与控制量增量之间的关系,并在目标函数中添加终端时间误差项,建立控制量增量和终端时间误差的静态优化框架,从而设计出可变终端时间的三维非线性次优制导律。文献[11]提出MPSP算法等价于欠定方程组求根问题的牛顿迭代法,并存在牛顿法的缺点,即当初始猜测远离真实解时,收敛性较差。文献[11]进一步引入阻尼增稳技术,通过阻尼参数调节迭代

步长的大小,提高算法收敛性。

本文在上述研究和分析的基础上,首先给出传统MPSP算法的推导过程,然后采用线搜索和信赖域策略发展出两种改进型MPSP算法,最后通过数值仿真验证了两种改进型MPSP算法的有效性。

## 1 MPSP 算法

本节将MPSP算法等价于欠定系统求根问题的牛顿迭代法,并给出推导过程和计算步骤,进而为后文改进型算法奠定基础。

考虑离散形式的系统动力学方程和输出方程:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i = \mathbf{g}_{i-1}(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_{i-1}) \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_i) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^m$  和  $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^p$  分别为  $t_i$  时刻下的状态矢量、控制矢量和输出矢量;  $i = 1, 2, \dots, N$  表示离散形式的时间步长。

考虑典型问题即寻找合适的控制量  $\mathbf{U}$  使得系统满足终端约束方程:

$$\mathbf{y}_N - \mathbf{y}_N^* = 0 \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{y}_N^*$  为期望的终端约束值。

将式(1)代入式(2),可以得到:

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \mathbf{h}_N(\mathbf{g}_{N-1}(\mathbf{g}_{N-2}(\dots, \mathbf{u}_{N-2}), \mathbf{u}_{N-1})) - \mathbf{y}_N^* = 0 \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{F}: \mathbb{R}^{mN} \rightarrow \mathbb{R}^p$  为终端约束函数;  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{mN}$  为离散形式的控制序列,即  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_0^T, \dots, \mathbf{u}_{N-1}^T]^T$ 。

因此,上述典型问题可以重新表述为欠定系统的求根问题,如下所示:

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{mN} \\ \text{s. t. } \mathbf{F}(\mathbf{U}) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

牛顿法是一种高效、常用的迭代算法。从初始猜测  $\mathbf{U}^0$  开始,其迭代公式可以表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + d\mathbf{U}^k \\ \mathbf{F}'(\mathbf{U}^k) d\mathbf{U}^k = -\mathbf{F}(\mathbf{U}^k) \end{cases} \quad (5)$$

式中:雅可比矩阵  $\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k) \in \mathbb{R}^{p \times mN}$  定义为:

$$\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k) = \left[ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}_0^k}, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}_1^k}, \dots, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}_{N-1}^k} \right] \quad (6)$$

并且,子矩阵  $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{u}_i^k \in \mathbb{R}^{p \times m}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , 的计算公式可以表示如下:

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}_i^k} \right] = \left[ \frac{\partial \mathbf{h}_N}{\partial \mathbf{x}_N^k} \right] \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{N-1}}{\partial \mathbf{x}_{N-1}^k} \right] \dots \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{i+1}}{\partial \mathbf{x}_{i+1}^k} \right] \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \mathbf{u}_i^k} \right] \quad (7)$$

考虑到式(5)中的迭代方向  $d\mathbf{U}^k$  存在无数个解,必须施加附加条件使得迭代方向唯一确定。最

典型的思路是求解如下最小二范数问题:

$$\begin{cases} \min J = \frac{1}{2} \|d\mathbf{U}^k\|^2 \\ \text{s. t. } \mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)d\mathbf{U}^k = -\mathbf{F}(\mathbf{U}^k) \end{cases} \quad (8)$$

问题(8)可以利用 Lagrange 乘子法解析求解,进而得到迭代增量:

$$d\mathbf{U}^k = -\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^+ \mathbf{F}(\mathbf{U}^k) \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^+$  为雅可比矩阵  $\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)$  的摩尔-彭若斯广义逆矩阵,其计算公式为:

$$\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^+ = \mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^T [\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^T]^{-1} \quad (10)$$

因此,传统 MPSP 算法的计算步骤可以概括如下所示:

1. 令  $k = 0$ , 给出控制量初始猜测  $\mathbf{U}^0$ ;
2. 计算控制量迭代增量  $d\mathbf{U}^k$ ;
3. 更新控制量  $\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + d\mathbf{U}^k$ ;
4. 判断收敛条件  $\|\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{U}^k\| \leq \varepsilon$  是否满足,若满足,转步骤 5, 否则,令  $k = k + 1$ , 转步骤 2;
5. 获得原问题的解  $\mathbf{U}^{k+1}$ , 结束。

## 2 改进型 MPSP 算法

牛顿法收敛速度快,计算效率高,但是对初始猜测比较敏感;而线搜索和信赖域是解决牛顿法收敛性的关键技术。因此,本节分别基于线搜索和信赖域策略发展出两种改进型 MPSP 算法。

### 2.1 基于线搜索的 MPSP 算法

线搜索方法<sup>[12]</sup>的基本思路是先确定迭代变量的更新方向  $\mathbf{d}$ , 然后在该方向上确定一个最佳的步长  $\alpha$ , 使得目标函数沿  $\mathbf{d}$  方向前进  $\alpha$  距离后下降最多。在迭代方向式(9)的基础上,线搜索的迭代公式可以表示为:

$$\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + \alpha d\mathbf{U}^k \quad (11)$$

式中:  $\alpha$  为迭代步长,且满足下述优化问题:

$$\min_{\alpha} \|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k + \alpha d\mathbf{U}^k)\| \quad (12)$$

直接求解优化问题(12)比较困难,计算量较大。常用的思路是尽可能选择较大的步长,使得目标函数值尽可能降低。比如回溯策略从步长为 1 开始,判断是否满足充分下降条件,如果满足就停止搜索,否则缩小步长,再次判断,直到满足充分下降条件为止。

下面给出基于线搜索的 MPSP 算法的计算步骤,如下所示:

1. 令  $k = 0$ , 给出控制量初始猜测  $\mathbf{U}^0$  和参数  $c$ ;
2. 计算控制量迭代增量  $d\mathbf{U}^k$ ;
3. 判断  $\|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k + \alpha d\mathbf{U}^k)\| \geq (1 - \alpha/2)\|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k)\|$  是否满足,若不满足,令  $\alpha = c\alpha$ , 再次判断,直到满足条件;
4. 更新控制量  $\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + \alpha d\mathbf{U}^k$ ;
5. 判断收敛条件  $\|\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{U}^k\| \leq \varepsilon$  是否满足,若满足,转步骤 6, 否则,令  $k = k + 1$ , 转步骤 2;
6. 获得原问题的解  $\mathbf{U}^{k+1}$ , 结束。

### 2.2 基于信赖域的 MPSP 算法

信赖域方法<sup>[12]</sup>的基本思路是先用一个简单模型近似目标函数,然后确定一个信赖域半径,在该半径范围内寻找一个使得近似模型下降最多的更新量。直观意义上,线搜索方法先确定迭代方向,再确定迭代步长;而信赖域方法先确定最大迭代步长,再确定方向和实际步长。

首先构造信赖域子问题,如下所示:

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k) + \mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)d\mathbf{U}^k\| \\ \text{s. t. } \|d\mathbf{U}^k\| \leq \Delta^k \end{cases} \quad (13)$$

同理,直接求解优化问题式(13)比较困难,计算耗时长。折线法可以利用柯西点和牛顿点近似求解该约束优化问题。其中,柯西点即为不考虑信赖域约束情况时问题式(13)的最速下降点,其迭代增量表示如下:

$$d\mathbf{U}_{CP}^k = -\frac{\|-\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^T \mathbf{F}(\mathbf{U}^k)\|_2}{\|\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^T \mathbf{F}(\mathbf{U}^k)\|_2} \mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^T \mathbf{F}(\mathbf{U}^k) \quad (14)$$

牛顿点即为不考虑信赖域约束情况时问题式(13)的牛顿下降点,其迭代增量同式(9),表示如下:

$$d\mathbf{U}_{NP}^k = -\mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)^+ \mathbf{F}(\mathbf{U}^k) \quad (15)$$

在利用折线法得到信赖域子问题式(13)的近似解后,计算目标函数的真实下降值,即:

$$Ared_k = \|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k)\| - \|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k + d\mathbf{U}^k)\| \quad (16)$$

计算目标函数的预测下降值,即:

$$Pred_k = \|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k)\| - \|\mathbf{F}(\mathbf{U}^k) + \mathbf{F}'(\mathbf{U}^k)d\mathbf{U}^k\| \quad (17)$$

定义比值  $r_k$ :

$$r_k = Ared_k / Pred_k \quad (18)$$

比值  $r_k$  代表近似模型与目标函数的逼近程度,  $r_k$  越接近 1, 表示逼近程度越高, 并根据比值  $r_k$  调整信赖域半径  $\Delta_k$  的大小。

下面给出基于信赖域的 MPSP 算法的计算步骤, 如下所示:

1. 令  $k = 0$ , 给出控制量初始猜测  $\mathbf{U}^0$  和相关参数  $0 < \theta_{\min} < \theta_{\max} < 1, 0 < \delta_{\min} < \delta$ ;
2. 计算牛顿点的迭代增量  $d\mathbf{U}_{NP}^k$ , 若  $\|d\mathbf{U}_{NP}^k\| \leq \delta$ , 则计算  $d\mathbf{U}^k = d\mathbf{U}_{NP}^k$ , 转步骤 4, 否则, 转步骤 3;
3. 计算柯西点的迭代增量  $d\mathbf{U}_{CP}^k$ , 若  $\|d\mathbf{U}_{CP}^k\| \geq \delta$ , 则计算  $d\mathbf{U}^k = \delta \cdot d\mathbf{U}_{CP}^k / \|d\mathbf{U}_{CP}^k\|$ , 转步骤 4, 否则, 计算  $d\mathbf{U}^k = d\mathbf{U}_{CP}^k + \tau(d\mathbf{U}_{NP}^k - d\mathbf{U}_{CP}^k)$ , 转步骤 4;
4. 计算  $Ared_k$  和  $Pred_k$ , 并判断  $Ared_k < t \cdot Pred_k$  是否满足, 若满足, 转步骤 5, 否则, 选择  $\theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ , 令  $\delta = \max\{\theta\delta, \delta_{\min}\}$ , 转步骤 2;
5. 更新控制量  $\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + \alpha d\mathbf{U}^k$ ;
6. 判断收敛条件  $\|\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{U}^k\| \leq \varepsilon$  是否满足, 若满足, 转步骤 7, 否则, 令  $k = k + 1$ , 转步骤 2;
7. 获得原问题的解  $\mathbf{U}^{k+1}$ , 结束。

### 3 数值仿真

考虑导弹三自由度质点动力学方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \gamma \cos \psi, & \dot{y} = V \cos \gamma \sin \psi \\ \dot{z} = V \sin \gamma, & \dot{V} = -\frac{D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{-a_z - g \cos \gamma}{V}, & \dot{\psi} = \frac{a_y}{V \cos \gamma} \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $[x, y, z]^T$  为导弹的位置矢量;  $V$  为速度大小;  $\gamma$  为飞行路径角;  $\psi$  为航向角;  $m$  为导弹质量;  $g$  为重力加速度;  $a_z$  和  $a_y$  分别为法向和横向指令加速度。  $D$  表示阻力大小, 计算公式为:

$$D = \bar{q} S C_D \quad (20)$$

式中:  $\bar{q}$  为动压;  $S$  为参考面积;  $C_D$  为阻力系数。 根据极曲线特征, 阻力系数  $C_D$  可以表示为:

$$C_D = C_{D0} + K(a_z^2 + a_y^2) \frac{m^2}{q^2 S^2} \quad (21)$$

式中:  $C_{D0}$  为零升阻力系数,  $K$  为诱导阻力因子, 两者均为速度的函数。

仿真模型中考虑一阶延迟环节, 如下所示:

$$\begin{cases} \hat{a}_z(t) = a_z(1 - e^{-t/\tau}) \\ \hat{a}_y(t) = a_y(1 - e^{-t/\tau}) \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $\tau$  为时间常数。

制导算法的任务是求解合适的制导指令  $a_z$  和  $a_y$ , 使得导弹能够击中目标, 并且能够满足攻击时间约束和攻击角度约束。 这里, 终端约束条件可以表示为:

$$\begin{cases} x(t_f) - x_f^* = 0 & y(t_f) - y_f^* = 0 \\ z(t_f) - z_f^* = 0 & \gamma(t_f) - \gamma_f^* = 0 \\ \psi(t_f) - \psi_f^* = 0 & t_f - t_f^* = 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $[x_f^*, y_f^*, z_f^*]^T$  为静止目标位置矢量;  $\gamma_f^*$  和  $\psi_f^*$  分别为期望的攻击角度;  $t_f^*$  为预定的攻击时间。

本文考虑导弹的初始质量为  $m = 150\text{kg}$ , 参考面积为  $S = 0.0324\text{m}^2$ , 气动参数参考文献[13]。 导弹的初始状态设置如下:

$$\begin{cases} x_0 = 5000\text{m} & y_0 = 5000\text{m} & z_0 = 5000\text{m} \\ V_0 = 300\text{m/s} & \gamma_0 = 0^\circ & \psi_0 = 250^\circ \end{cases} \quad (24)$$

期望终端位置设置为  $(0, 0, 0)\text{m}$ , 终端飞行路径角和航向角设为  $(-40, 190)^\circ$ , 终端时间设为 28s。

首先需要给出控制量的初始猜测  $\mathbf{U}^0$ 。 这里采用 2 种生成方式: 1) 采用扩展比例导引律生成初始猜测, 记作良好初始猜测; 2) 采用零控导引律作为初始猜测, 即将控制量全部设置为 0, 记作差初始猜测。 本节分别利用传统 MPSP 算法和 2 种改进型 MPSP 算法, 并考虑 2 种初始猜测进行仿真试验和比较分析。

图 1 表示基于传统 MPSP 和 2 种改进型 MPSP 算法的导弹三维运动轨迹曲线。 当采用良好初始猜测时, 3 种算法均能够使得导弹命中目标。 当采用差初始猜测时, 传统 MPSP 算法无法收敛, 而两种改进型 MPSP 算法均能够保证收敛。

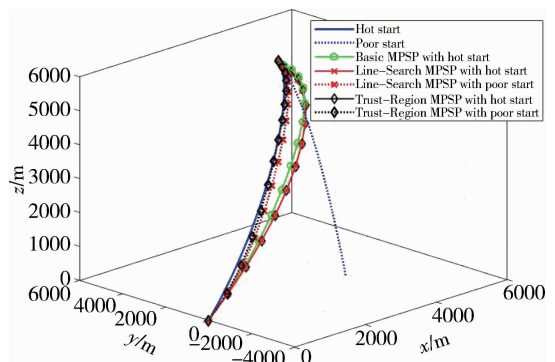


图 1 导弹三维运动轨迹曲线

图 2 和图 3 分别表示法向和横向指令加速度变化曲线。可以看出,当采用良好初始猜测时,3 种算法得到的指令加速度有少许差异,但变化趋势保持一致。然而,同一种算法基于 2 种不同初始猜测得到的指令加速度的变化趋势存在明显差别。因此,同一种算法基于不同初始猜测得到的状态轨迹、飞行路径角以及航向角的变化趋势也存在差别,如图 1、图 4 和图 5 所示。

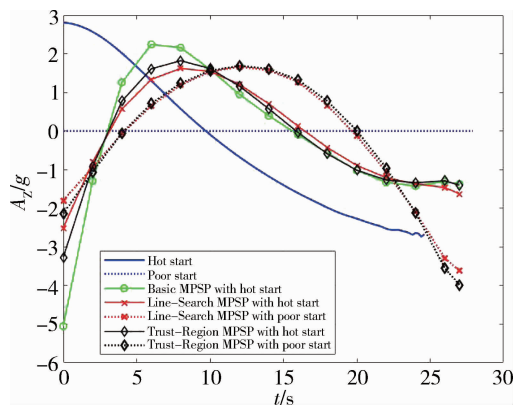


图 2 法向指令加速度变化曲线

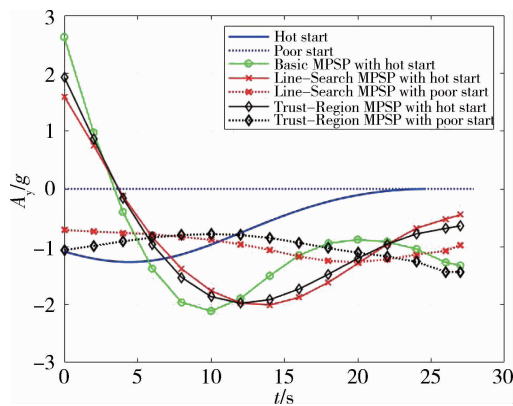


图 3 横向指令加速度变化曲线

图 4 ~ 5 分别表示飞行路径角和航向角的变化曲线。可以看出,当采用良好初始猜测时,3 种算法均能同时满足攻击时间和攻击角度约束。当采用差初始猜测时,两种改进型 MPSP 算法也能同时满足设定的终端约束。

相比传统 MPSP 算法,基于线搜索的改进型 MPSP 算法需要多消耗大约 16.3% 的计算时间,基于信赖域的改进型 MPSP 算法需要多消耗大约 28.7% 的计算时间。尽管如此,两种改进型算法仍能保证一定的计算效率,同时具有更强的收敛性。

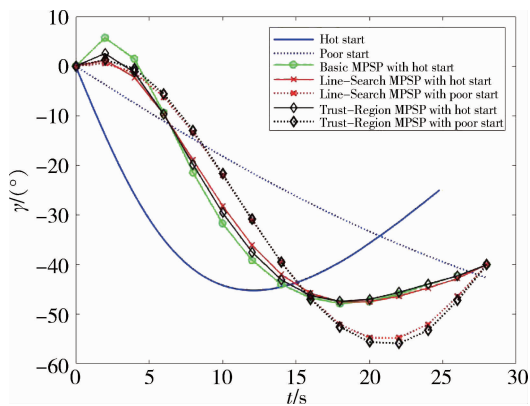


图 4 飞行路径角变化曲线

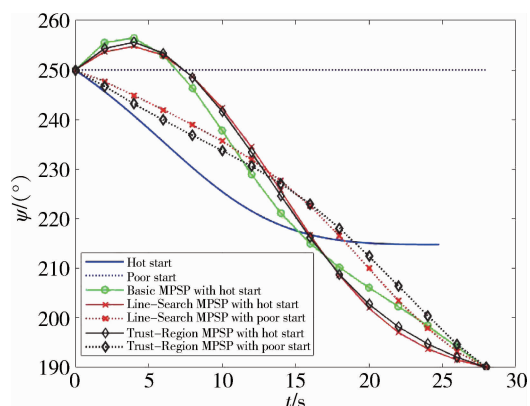


图 5 航向角变化曲线

## 4 结论

针对多约束条件下导弹末端制导问题,提出了两种改进型 MPSP 制导律算法。传统 MPSP 算法对初始猜测比较敏感,收敛性较差;而本文提出的改进型 MPSP 算法利用线搜索和信赖域策略能够明显降低其对初始猜测的依赖性,增强收敛性。仿真结果表明,两种改进型 MPSP 制导律算法,即使在较差初始猜测条件下,均能够有效地完成飞行任务。

## 参 考 文 献

[ 1 ] 李庆春, 张文生, 韩刚. 终端约束条件下末端制导律研究综述[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(1): 1-12. (Li Qingchun, Zhang Wensheng, Han Gang. Review of terminal guidance law with terminal constraints [J]. Control Theory and Applications, 2016, 33(1): 1-12.)

[ 2 ] 赵曜, 廖选平, 迟学谦, 等. 终端约束末制导律综述[J]. 航天控制, 2017, 35(2): 89-98. (Zhao Yao, Liao Xuanping, Chi Xueqian, et al. A survey of termi-

- nal constrained guidance law [J]. Aerospace control, 2017, 35(2): 89-98.)
- [ 3 ] Kim M, Grider K. Terminal guidance for impact attitude angle constrained flight trajectories [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, AES-9(6): 852-859.
- [ 4 ] Kumar S, Rao S, Ghose D. Non-singular terminal sliding mode guidance and control with terminal angle constraints for non-maneuvering targets [C]// 2012 12th International Workshop on Variable Structure Systems, 2012: 291-296.
- [ 5 ] Lee J, Jeon I, Tahk M. Guidance law to control impact time and angle [J]. IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 301-310.
- [ 6 ] 梁晨, 王卫红, 赖超. 带攻击角度约束的深度强化元学习制导律 [J]. 宇航学报, 2021, 42(5): 611-620. (Liang Chen, Wang Weihong, Lai Chao. Deep reinforcement meta-learning guidance with impact angle constraint [J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(5): 611-620.)
- [ 7 ] 方洋旺, 邓天博, 符文星. 智能制导律研究综述 [J]. 无人系统技术, 2020, 3(6): 36-42. (Fang Yangwang, Deng Tianbo, Fu Wenxing, An overview on the intelligent guidance law [J]. Unmanned Systems Technology, 2020, 3(6): 36-42.)
- [ 8 ] 魏鹏鑫, 荆武兴, 高长生. 具有落角约束的弹道导弹再入末制导律设计 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(9): 23-30. (Wei Pengxin, Jing Wuxing, Gao Changsheng. Design of the reentry terminal guidance law with constraint of impact angle for ballistic missile [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(9): 23-30.)
- [ 9 ] 王晓芳, 王紫扬, 林海. 一种同时具有攻击时间和攻击角度约束的协同制导律 [J]. 弹道学报, 2017, 29(4): 1-8. (Wang Xiaofang, Wang Ziyang, Lin Hai. A cooperative guidance law with constraints of impact time and impact angle [J]. Journal of Ballistics, 2017, 29(4): 1-8.)
- [ 10 ] 查颖, 郭杰, 洪海超, 等. 基于可变终端时间模型预测静态规划的制导律设计 [J]. 飞行力学, 2019, 37(1): 61-65. (Zha Ying, Guo Jie, Hong Haichao, et al. Guidance law design based on the flexible final time model predictive static programming [J]. Flight Dynamics, 2019, 37(1): 61-65.)
- [ 11 ] Pan B, Ma Y, Yan R. Newton-type methods in computational guidance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(2): 377-383.
- [ 12 ] Simonis J P. Inexact Newton methods applied to underdetermined systems [D]. Massachusetts Worcester; Worcester Polytechnic Institute, 2006.
- [ 13 ] Imado F, Kuroda T, Tahk, M J. A new missile guidance algorithm against a maneuvering target [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA Paper 1998-4114, 1998: 10-12.