

<http://htkz.cn>

引用格式:王成泽,严佳民,吕瑞,等. 无动力飞行器编队控制方法[J]. 航天控制, 2025, 43(2): 1-9. (WANG Chengze, YAN Jiamin, LYU Rui, et al. Formation control methods for unpowered aerial vehicles [J]. Aerospace Control, 2025, 43(2): 1-9.)

# 无动力飞行器编队控制方法

王成泽, 严佳民, 吕 瑞, 梁 卓, 陈 扬

中国运载火箭技术研究院, 北京 100076

**摘 要** 为实现无动力飞行器的编队飞行, 实现集群在三维空间中的队形误差收敛, 提出了基于一致性理论的编队控制方法。首先, 针对编队集群仅具有负加速度的特性, 对一致性理论进行了修正, 提出了适用于无动力飞行器的纵向控制方法; 其次, 引入倾侧角分配与翻转策略, 在升力优先满足高向控制需求的情况下, 使得倾侧角按横向误差走廊翻转, 从而同时消减高向和横向误差; 最后, 仿真验证了本文方法对不同编队数量和通讯拓扑结构的适应性。仿真结果表明, 在给定的初始条件范围内, 本文方法能够适应各种初始状态下的编队控制; 集群初始状态对编队时间和集群速度损失有显著影响; 拓扑结构中有向边数量更多的集群, 平均编队时间和平均集群速度损失会更少。

**关键词** 无动力飞行器; 编队控制; 一致性理论; 拓扑结构

中图分类号: V249.1

文献标识码: A

文章编号: 1006-3242(2025)02-0001-09

## Formation control methods for unpowered aerial vehicles

WANG Chengze, YAN Jiamin, LYU Rui, LIANG Zhuo, CHEN Yang

China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China

**Abstract** In order to achieve formation flight for unpowered aerial vehicles and ensure the convergence of formation errors in three-dimensional space, a formation control method based on consensus theory is proposed. Firstly, by taking into account the formation group's characteristics of only having negative acceleration, the consensus theory is modified, and a longitudinal control method suitable for unpowered aerial vehicles is introduced. Next, a bank angle distribution and flipping strategy is involved, and under the condition that the lift is prioritized to satisfy high-directional control requirements, the bank angle flips by the lateral error corridor, thereby both high-directional and lateral errors are simultaneously reduced. Finally, simulations are conducted to verify the adaptability of the proposed method to various formation sizes and communication topologies. The simulation results demonstrate that, within the given range of initial conditions, the proposed method can effectively control the formation in different initial states. Moreover, the initial state of the cluster has significantly impacts on formation time and cluster speed loss and average formation time and lower average cluster speed have less loss while there are clusters with more directed edges in the topology structure.

**Key words** Unpowered aerial vehicles; Formation control; Consensus theory; Topology

收稿日期: 2025-01-03

作者简介: 王成泽(2000-), 男, 硕士研究生, 主要从事制导、导航与控制研究工作。

## 0 引 言

集群协同能够提高飞行器的任务效率、适应更为复杂的任务,通过协同机动进行编队飞行是实现集群协同的关键技术。无动力飞行器具有欠驱动、强耦合的动力学特点,其编队控制方法已成为当前的研究热点和难点<sup>[1-2]</sup>。

主流的编队策略主要基于一致性理论<sup>[3]</sup>、领-从方法<sup>[4]</sup>及虚拟结构方法<sup>[5]</sup>等编队方法,同时结合滑模控制<sup>[6]</sup>及模型预测控制<sup>[7]</sup>等控制方法设计编队控制器。近年来学者们对编队控制研究进行了拓展和完善,包括考虑复杂的协同任务需求、适应延迟与外部扰动等不确定性因素以及时变编队等。例如,文献[8]针对具有复杂动力学的固定翼飞行器,提出了失速保护和避碰约束下的分布式编队控制方法;文献[9]基于领-从编队方法以及反步法、滑模等控制方法,研究了外部干扰下的鲁棒编队控制;文献[10]研究了切换通信拓扑下的时变编队控制问题。此外,随着机器学习的兴起,一些智能编队方法被提出,如将神经网络与传统控制方法结合实现自适应编队控制<sup>[11]</sup>,以及基于深度强化学习的编队控制<sup>[12]</sup>。

以上方法为多种场景下的飞行器编队协同控制提供了有效的解决方案。但由于无动力飞行器为欠驱动系统,其初始机械能和升阻比有限,上述编队方法难以直接应用于无动力飞行器。在编队控制理论的基础上,有少量研究对无动力飞行器的编队控制进行了探索。例如,文献[13]基于固定时间收敛理论和分层控制概念提出了无动力飞行器编队控制方法,但未考虑高向的位置协同,只能实现水平面约束下的编队。文献[14]基于固定时间收敛理论研究编队控制方法,但无法实现纵向位置的编队协同。当前,无动力飞行器编队控制存在如下几个难点:

1) 无动力飞行器大范围机动难。受机动能力及其气动特性限制,飞行器不允许偏离目标航向和目标高度过多。

2) 以二维的控制量消除三维偏差难。在三自由度动力学模型下,无动力飞行器仅能依靠攻角和倾侧角(或侧滑角)两个控制量,消减3个方向的位置与速度偏差。

3) 编队方法满足实时性难。伪谱法、凸优化等

数值优化方法对计算资源需求较高,需要大量迭代求解,难以满足编队控制对实时性的需求<sup>[15]</sup>。

难点1)和2)也是该问题无法直接应用有动力飞行器编队控制方法的原因,难点3)则限制了编队控制对轨迹优化方法的应用。综上,目前无动力飞行器编队控制的研究尚未完善,尤其是缺乏基于现代控制理论的解析形式的编队方法研究。为此,本文提出了基于一致性理论与附加阻力加速度修正的无动力飞行器编队纵向方法,结合倾侧角分配与翻转策略,可实现三维空间中的编队误差收敛。

## 1 无动力飞行器编队控制问题

本文中的编队控制问题是指在初始队形位置和速度的小量偏差下,通过实时控制使得无动力飞行器集群能够朝着目标射向以某队形进行飞行;同时,为避免高度变化影响气动效果,集群还需保持在目标高度处。无动力飞行器均采用BTT转弯的质点动力学模型,不考虑地球自转与曲率。以集群中某飞行器的初始时刻弹下点为原点 $O$ , $Ox$ 轴指向集群的期望射向方向, $Oy$ 轴沿垂线向上,与 $Oz$ 轴构成右手坐标系,则有:

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \theta \cos \sigma \\ \dot{y} = V \sin \theta \\ \dot{z} = -V \cos \theta \sin \sigma \\ \dot{V} = -D/m - g \sin \theta \\ \dot{\theta} = (L \cos \nu - mg \cos \theta)/(mV) \\ \dot{\sigma} = -L \sin \nu/(mV \cos \theta) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $(x, y, z)$ 为飞行器的位置, $V$ 为速度大小, $\theta$ 为速度倾角, $\sigma$ 为航迹偏航角, $\nu$ 为倾侧角, $g$ 为重力加速度, $m$ 为飞行器质量, $D$ 和 $L$ 分别为阻力和升力。对有 $n$ 个飞行器的集群,编队控制要求集群个体之间的速度差以及队形位置误差收敛,同时还需要保持集群的目标高度及目标射向,即:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} [x_i(t) - x_j(t)] = \delta x_{ij}, & i = 1, 2, \dots, n, i \neq j \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [y_i(t) - h_r] = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [z_i(t) - z_j(t)] = \delta z_{ij}, & i = 1, 2, \dots, n, i \neq j \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [V_i(t) - V_j(t)] = 0, & i = 1, 2, \dots, n, i \neq j \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_i(t) = 0, & i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\delta x_{ij}$ 和 $\delta z_{ij}$ 分别为飞行器 $i$ 与 $j$ 在队形中的纵向与横向期望位置差, $h_r$ 为集群的期望高度。飞行过程

中需满足攻角  $\alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ , 倾侧角  $\nu \in [\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ 。在研究中做以下假设:

1) 假设集群个体之间的通信无延迟, 即可以应用无延迟的分布式编队控制;

2) 假设不考虑动压、热流和碰撞约束, 只考虑动力学、控制量等主要约束。

以上假设的目的是简化模型的分析过程, 确保模型可在有限的推导和计算方法下进行有效求解。

## 2 编队控制方法

### 2.1 基于一致性理论的纵向控制方法

设飞行器集群的通信拓扑结构为  $G$ , 其邻接矩阵为  $W = [\omega_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 其中  $\omega_{ij}$  为邻接矩阵的元素。当且仅当  $\omega_{ij} = 1$  时, 飞行器  $i$  可获取  $j$  的状态信息;  $\omega_{ij} = 0$  时飞行器  $i$  无法获取  $j$  的状态信息。可将纵向的运动建模为一个积分器, 即:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = V_{xi} \\ \dot{V}_{xi} = a_{xi} \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

式中:  $V_{xi} = V_i \cos \theta_i \cos \sigma_i$  为纵向速度,  $a_{xi}$  为纵向加速度。根据一致性理论有纵向编队控制器:

$$f_{xi} = -\sum_{j=1}^n \omega_{ij} \left[ (x_i - x_j - \delta x_{ij}) + \gamma (V_{xi} - V_{xj}) \right] \quad (4)$$

式中:  $f_{xi}$  为有动力加速度控制量,  $\gamma$  为可调参数。

设  $L$  为通信拓扑结构  $G$  的拉普拉斯矩阵, 若  $l_{ij}$  为  $L$  的元素, 则有:

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^n \omega_{ik}, & i = j \\ -\omega_{ij}, & i \neq j \end{cases} \quad (5)$$

为实现系统的一致性,  $\gamma$  的设置方法为

$$\gamma > \bar{\gamma} \quad (6)$$

式中: 如果  $-L$  的所有  $N-1$  个非零特征值均为负数, 则  $\bar{\gamma} = 0$ , 否则:

$$\bar{\gamma} = \max_{\forall \operatorname{Re}(\lambda_i) < 0 \text{ 且 } \operatorname{Im}(\lambda_i) > 0} \sqrt{\frac{2}{\left| \lambda_i \right| \cos \left[ \arctan \left( \frac{\operatorname{Im}(\lambda_i)}{-\operatorname{Re}(\lambda_i)} \right) \right]}} \quad (7)$$

式中:  $\lambda_i$  为  $-L$  的第  $i$  个特征值 ( $i = 1, 2, \dots, n$ )。

式(4)中的  $f_{xi}$  可能存在非负值。例如, 对于无向图, 有  $\omega_{ij} = \omega_{ji}$ , 得到:

$$\sum_{i=1}^n f_{xi} = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_{ij} \left[ x_i - x_j - \delta x_{ij} + \gamma (V_{xi} - V_{xj}) \right] = 0 \quad (8)$$

上式说明无向图的  $f_{xi}$  中一定存在非负值。因

此对于存在阻力的无动力飞行器, 无法按该加速度指令飞行。考虑到无动力飞行器只能减速, 为不改变编队各飞行器的相对控制力, 可使得所有飞行器在原控制指令上均减去一个相同值  $\Delta f_x$ , 修正为

$$\tilde{f}_{xi} = f_{xi} - \Delta f_x \quad (9)$$

该措施可使得各飞行器的控制指令变为能够实现阻力加速度。该措施不影响系统的一致性收敛, 证明过程如下:

选取  $\mathbf{x} = [x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots, x_n + \delta x_n]^T$  和  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$  为状态变量, 其中  $\delta x_i$  按等式  $\delta x_{ij} = \delta x_i - \delta x_j$  取值。根据纵向编队控制器有:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} - \Delta f_x \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{I}_{n \times 1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n \\ -L & -\gamma L \end{bmatrix} \quad (11)$$

利用状态转移矩阵有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix} = \Phi(t, 0) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{v}_0 \end{bmatrix} - \int_0^t \Phi(t, \tau) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{I}_{n \times 1} \end{bmatrix} \Delta f_x d\tau \quad (12)$$

式中:  $\Phi(t, \tau)$  为状态转移矩阵, 表达式为

$$\Phi(t, \tau) = e^{\Gamma(t-\tau)} \quad (13)$$

**引理 1.** 对二阶系统网络拓扑  $G$ , 当且仅当  $G$  含有(有向)生成树且  $\gamma$  满足式(6)时, 有:

$$\Phi(t, 0) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{v}_0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n \times 1} \mathbf{p}^T & \mathbf{I}_{n \times 1} \mathbf{p}^T \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times 1} \mathbf{p}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{v}_0 \end{bmatrix}, \quad \text{if } t \rightarrow \infty \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{p}$  为  $-L$  的零特征值的非负左特征向量, 使得  $\mathbf{p}^T L = \mathbf{0}_{1 \times n}$  且  $\mathbf{I}_{1 \times n} \mathbf{p} = 1$ 。即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\Phi(t, 0) [\mathbf{x}_0^T, \mathbf{v}_0^T]^T$  有渐近一致性。

引理 1 的证明已由文献[16]给出。

**性质 1.** 拉普拉斯矩阵  $L$  的行和为 0, 即  $L \mathbf{1}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{n \times 1}$ 。该性质可由拉普拉斯矩阵的定义直接得出。

**引理 2.**  $\Phi(t, \tau) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{I}_{n \times 1} \end{bmatrix}$  的前  $n$  行元素相等且后  $n$  行元素相等。

**证.** 根据矩阵指数的泰勒展开, 有:

$$\Phi(t, \tau) = e^{\Gamma(t-\tau)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \Gamma^k (t-\tau)^k = \mathbf{I}_{2n} + \mathbf{M}_1 (t-\tau) + \dots + \mathbf{M}_k (t-\tau)^k + \dots \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{M}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n \\ -L & -\gamma L \end{bmatrix}^k$ ,  $k \geq 1$ , 可按分块矩阵乘法

运算,因此当  $k > 1$  时有:

$$M_k = \begin{bmatrix} F_1(L) & F_2(L) \\ F_3(L) & F_4(L) \end{bmatrix}, k > 1 \quad (16)$$

易知  $F_i (i = 1, 2, 3, 4)$  为关于  $L$  的无零次项的多项式。根据引理 1, 当  $k > 1$  时, 有  $L^k I_{n \times 1} = L^{k-1}(L I_{n \times 1}) = L^{k-1} \mathbf{0} = \mathbf{0}$ , 因此有:

$$M_k \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(L) & F_2(L) \\ F_3(L) & F_4(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{2n \times 1} \quad (17)$$

进一步得到:

$$\begin{aligned} \Phi(t, \tau) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} = \\ \left( I_{2n} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & I_n \\ -L & -\gamma L \end{bmatrix} (t - \tau) \right) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} + \mathbf{0}_{2n \times 1} + \dots = \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{bmatrix} (t - \tau) = \begin{bmatrix} I_{n \times 1} (t - \tau) \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

因此引理 2 得证。

**定理 1.** 当二阶系统网络拓扑  $G$  含有(有向)生成树时, 由式(4)、(6)和(9)给出的一致性协议能够实现渐近一致。

**证.** 根据引理 1,  $\Phi(t, 0)[\mathbf{x}_0^T, \mathbf{v}_0^T]^T$  已有渐近一致性, 只需证明  $\int_0^t \Phi(t, \tau) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} \Delta f_x d\tau$  能够渐近一致。

由引理 2 可知积分结果  $\int_0^t \Phi(t, \tau) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} \Delta f_x d\tau$  的前  $n$  行元素相等且后  $n$  行元素相等, 于是  $\int_0^t \Phi(t, \tau) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ I_{n \times 1} \end{bmatrix} \Delta f_x d\tau$  具有一致性。综上, 定理得证。

当速度方向与期望射向偏差不大时, 即  $\theta_i \approx 0$ ,  $\sigma_i \approx 0$  时, 可认为  $\tilde{f}_{xi}$  由阻力提供, 即在不超过攻角限幅时有:

$$\tilde{f}_{xi} \approx -\frac{D_i}{m} \quad (19)$$

因此, 根据  $\tilde{f}_{xi}$  反解攻角后, 经限幅可得出攻角指令。

## 2.2 附加阻力加速度

需设计合适的附加阻力加速度  $\Delta f_x$ , 使得各飞行器既能在纵向通过阻力加速度实现一致性, 还使得各飞行器有充裕的升力以消除横向与高向误差。

首先计算各飞行器为实现横向和高向的 PD 控制, 需用的加速度指令分别为

$$\begin{cases} f_{yi} = -k_{py}(y_i - h_r) - k_{dy}\dot{y}_i + g \\ f_{zi} = -k_{pz}(z_i - z_{ri}) - k_{dz}\dot{z}_i \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $k_p$  和  $k_d$  分别为比例项和微分项,  $z_{ri}$  为飞行器  $i$  的期望横向坐标。得到需用升力为

$$L_{ri} = m\sqrt{f_{yi}^2 + f_{zi}^2} \quad (21)$$

取其中最大值为  $L_{\max}$ 。

设使得  $f_{xi}$  为最大值的飞行器编号为  $q$ , 飞行器  $q$  的未修正加速度指令为  $f_{xq}$ 。令飞行器  $q$  以  $L_{\max}$  反解出的攻角  $\alpha_q$  飞行, 得到阻力加速度大小  $a_q$ 。于是得到各飞行器的附加阻力加速度为

$$\Delta f_x = f_{xq} + a_q \quad (22)$$

因此有修正后的阻力加速度为

$$\tilde{f}_{xi} = -\sum_{j=1}^n \omega_{ij} \left[ x_i - x_j - \delta x_{ij} + \gamma(V_{xi} - V_{xj}) \right] - f_{xq} - a_q \quad (23)$$

得到  $\tilde{f}_{xi}$  后, 可得到各飞行器的攻角指令  $\alpha_i$ 。

令飞行器  $q$  以  $L_{\max}$  飞行的原因为: 经过  $-\Delta f_{xi}$  的修正后, 飞行器  $q$  的纵向减速指令绝对值最小, 同时飞行器  $q$  攻角最小的概率较大。当飞行器  $q$  以  $L_{\max}$  飞行时, 其余飞行器的升力有更大的概率大于需用升力  $L_{ri}$ , 使得各飞行器的升力更为充裕。以上可避免出现飞行器  $q$  能够满足需用升力, 而其余飞行器无法满足需用升力、高度无法保持的情况。

## 2.3 倾侧角分配与翻转

在攻角  $\alpha_i$  下, 实际升力  $L_i$  与需用升力  $L_{ri}$  可能存在差异。由于高度对气动特性有影响, 因此在分配倾侧角时, 优先使升力的高向分量满足高度控制的需求, 即倾侧角大小为

$$|\nu_i| = \begin{cases} \arccos\left(\frac{mf_{yi}}{L_i}\right), & |mf_{yi}| \leq L_i \\ 0, & |mf_{yi}| > L_i \end{cases} \quad (24)$$

在横向, 设计倾侧角  $\nu_i$  按横向误差翻转的控制策略, 方法为: 当  $|f_{zi}| > f_{TH}$  时,  $\text{sgn}(\nu_i) = \text{sgn}(f_{zi})$ , 当  $|f_{zi}| \leq f_{TH}$  时,  $\nu_i$  延用上一个时刻的符号, 即在超过误差走廊  $[-f_{TH}, f_{TH}]$  时, 倾侧角符号变号; 在第一个仿真步长, 符号遵循  $\text{sgn}(\nu_i) = \text{sgn}(f_{zi})$ 。

由于  $L_i$  与  $L_{ri}$  的差异, 横向与高向并非严格的 PD 控制。因此横向与高向误差无法严格收敛, 而是在一定范围内波动。为避免翻转策略造成的倾侧角剧烈振荡, 将其变化率进行限幅:

$$|\dot{\sigma}_i| \leq \dot{\sigma}_{\max} \quad (25)$$

以上即为基于一致性理论、附加阻力加速度以及倾侧角分配与翻转策略的编队控制方法。

### 3 仿真校验

本研究采用 CAV-H<sup>[17]</sup> 的气动系数表、质量与特征面积,飞行器攻角和倾侧角范围分别为  $[0, 20^\circ]$  和  $[-180^\circ, 180^\circ]$ , 最大倾侧角变化率  $\dot{\sigma}_{\max} = 90^\circ/\text{s}$ , 误差限  $f_{\text{TH}} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。式(20)中参数为  $k_{py} = 0.2$ ,  $k_{dy} = 0.6$ ,  $k_{pz} = 0.1$ ,  $k_{dz} = 0.2$ 。计算机仿真硬件配置为 Intel Core i7-13620H 4.90GHz 处理器, 仿真积分步长为 0.001 s。仿真实验第一部分以典型工况为例, 深入分析编队控制的过程与结果; 第二部分研究编队数量和成员初始状态对编队控制的影响; 第三部分则是探究拓扑结构的影响。

#### 3.1 典型工况下的编队控制

本文中,期望队形设计如下:

$$\begin{cases} \delta x_{ij} = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ \delta z_{i(i+1)} = \delta z = 1 \text{ km}, & i = 1, 2, \dots, n - 1 \end{cases} \quad (26)$$

期望队形的示意图见图 1。期望飞行高度  $h_i$  为 30 km, 根据初始状态  $z$  坐标由小到大依次对飞行器编号。期望横向坐标的设计方法为: 以飞行器初始状态的  $z$  坐标平均值  $\bar{z}_0$  为编队横向中心坐标, 再根据  $\delta z_{ij}$  生成各飞行器的期望横向坐标。即对于初始状态为  $z_{01} < z_{02} < \dots < z_{0n}$  的集群, 有

$$z_{ri} = \bar{z} + \left( i - \frac{n+1}{2} \right) \delta z, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

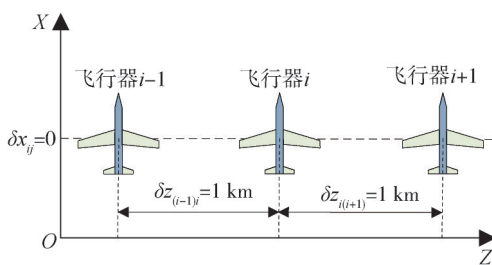


图 1 期望队形示意图

设飞行器编队数量为 5, 通信拓扑结构为无向图, 此时  $\bar{\gamma} = 0$ , 取  $\gamma = 5$ 。以表 1 所示初始状态为典型工况验证编队控制方法。定义纵向误差为  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ , 其中  $\bar{x}$  为集群平均纵向位置, 横向误差为  $\Delta z_i = z_i - z_{ri}$ 。

仿真结果见图 2~6。图 2 为 5 个飞行器形成编队的轨迹, 轨迹显示集群从初始的无序状态逐渐过

表 1 典型工况初始状态

工况	$x/\text{km}$	$y/\text{km}$	$z/\text{km}$	$v_x/(\text{m/s})$	$v_y/(\text{m/s})$	$v_z/(\text{m/s})$
1	0.10	30.10	-2.10	3010	-5	10
2	-0.05	29.95	-0.90	3005	-10	5
3	0.00	30.00	3.00	3000	0	0
4	0.05	29.90	0.90	2990	10	-5
5	-0.10	30.05	2.10	2995	5	-10

渡至有序的编队状态。如图 3 所示, 各飞行器之间的速度偏差在 22.63 s 收敛至 1 m/s 以内。纵向误差在 30.63 s 收敛至 1 m 以内(见图 4), 与期望高度的偏差在 27.27 s 收敛至 1 m 以内(见图 5)。如图 6 所示, 在倾侧角翻转的作用下, 横向误差以 0 为中心, 呈波浪式变化, 在 17.27 s 收敛至 10 m 以内。以上数据表明, 在编队控制方法能够将集群队形误差控制在一定范围内, 实现稳定的编队飞行。

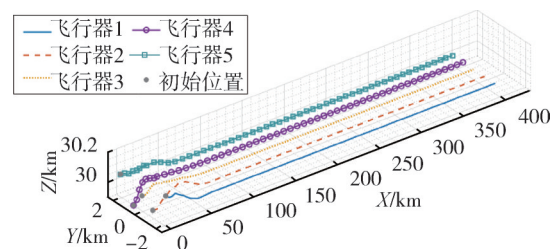


图 2 典型工况下的编队飞行轨迹

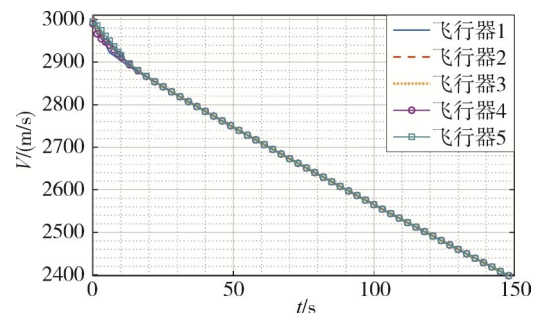


图 3 典型工况下的速度变化

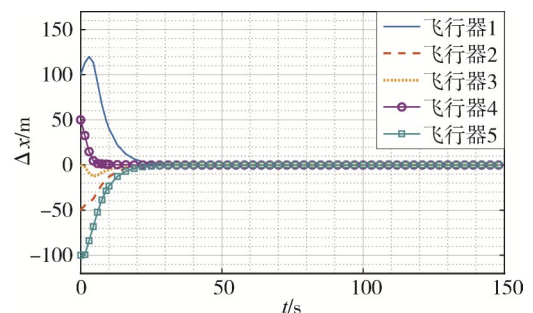


图 4 典型工况下的纵向误差变化

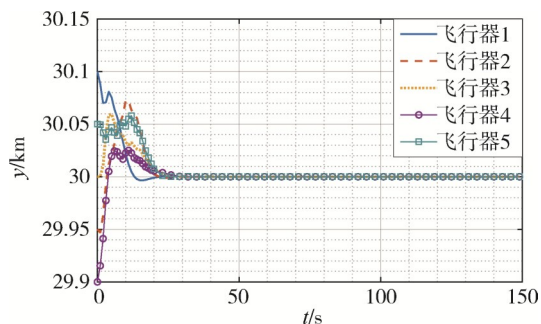


图5 典型工况下的高向误差变化

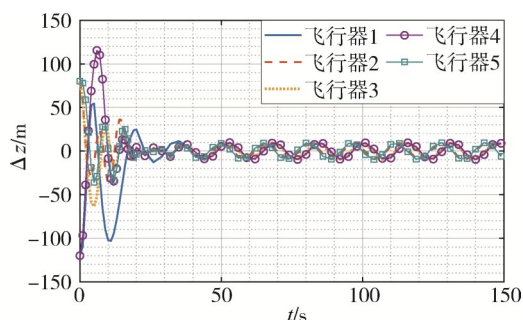


图6 典型工况下的横向误差变化

### 3.2 编队数量与初始状态对编队的影响

为验证方法对不同编队数量的适应性,以表1中的工况12、123、1234和12345依次组成含有2~4个飞行器的编队进行仿真。各集群的通信拓扑结构为无向图, $\gamma$ 与3.1小节中一致,取值为5。比较编队形成时间以及集群速度损失大小,其中编队形成时间 $t_f$ 定义为队形偏差满足如下条件的用时:

$$\begin{cases} |x_i - x_j| \leq 1\text{m}, & i = 1, 2, \dots, n, i \neq j \\ |y_i - h_r| \leq 1\text{m}, & i = 1, 2, \dots, n \\ |z_i - z_{ri}| \leq 10\text{m}, & i = 1, 2, \dots, n, i \neq j \\ |V_i - V_j| \leq 1\text{m/s}, & i = 1, 2, \dots, n, i \neq j \end{cases} \quad (28)$$

定义无编队集群速度 $\bar{V}_{F0}$ 为飞行器在零倾侧角条件下,通过攻角产生与重力平衡的升力,飞行 $t_f$ 时的集群平均速度。则集群速度损失可定义为,无编队集群速度 $\bar{V}_{F0}$ 与编队形成时的集群平均速度 $\bar{V}_F$ 之差为

$$V_L = \bar{V}_{F0} - \bar{V}_F \quad (29)$$

仿真结果如表2所示,4种工况下均可实现编队飞行。根据表中数据计算可得,编队时间的相对标准偏差为5.20%,集群速度损失的相对标准偏差为24.48%,这表明编队数量对集群速度损失的影响更大。当编队数量由2到3、由4到5时,编队时间和集群速度损失均增大,但编队数量由3到4时,编队时

间和集群速度损失均减小。这表明在已有集群及其初始状态下,当加入新成员编队时,其编队时间和集群速度损失并非总是增大,而是由新成员的初始状态决定。

表2 不同编队数量下的编队时间与速度损失

编队数量	编队时间/s	集群速度损失/(m/s)
2	27.68	37.34
3	28.25	40.85
4	27.36	36.27
5	30.63	59.02

为说明初始状态对编队时间的影响,本文以表1中工况1、2和工况3、4分别组成的两飞行器编队为例分析,两种情况下纵向误差与速度变化如图7~10所示。工况3、4编队的编队时间为19.80s,编队速度损失为7.32m/s,分别是工况1、2编队的71.53%和19.60%,两种情况差异显著,这是由两种情况的纵向初始状态差异造成的。在工况1、2编队中,飞行器1的纵向位置靠前且速度领先,要形成编队,飞行器1需纵向减速至比飞行器2更慢,使飞行器2能够追赶上,但飞行器2也需适时地减速,使得两者在纵向位置齐平时,速度也齐平,因此该初始状态不利于编队。在工况3、4编队中,飞行器1的纵向位置虽靠后,但速度领先,要形成编队,飞行器2无需像前一种情况做过多减速,因此该初始状态有利于编队。综上,有利和不利初始状态可造成编队时间和集群速度损失的显著差异。

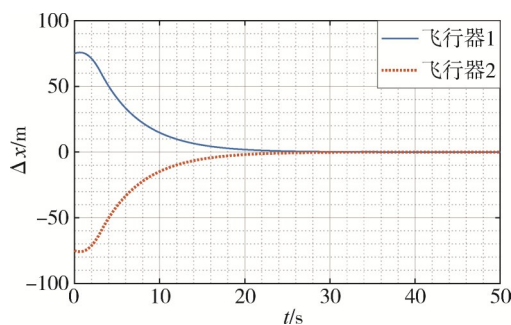


图7 工况1、2编队纵向误差变化

### 3.3 拓扑结构对编队控制的影响

以三飞行器编队为例,验证编队控制方法对不同拓扑结构的适应性。对于3个顶点,有12种互不同构的含有(有向)生成树的拓扑图,本文选取表3所示的5种拓扑结构进行对比,其中,无箭头连线表示双向通讯,有箭头连线表示单向通讯,表中已给

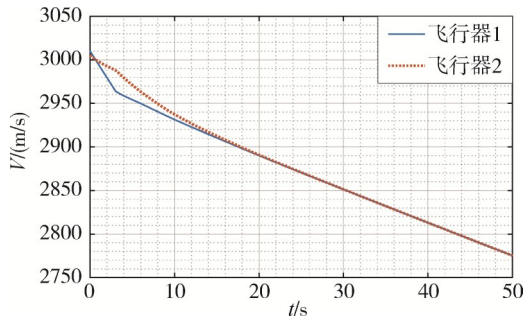


图 8 工况 1、2 编队速度变化

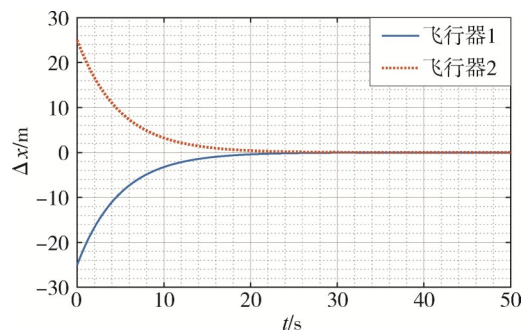


图 9 工况 3、4 编队纵向误差变化

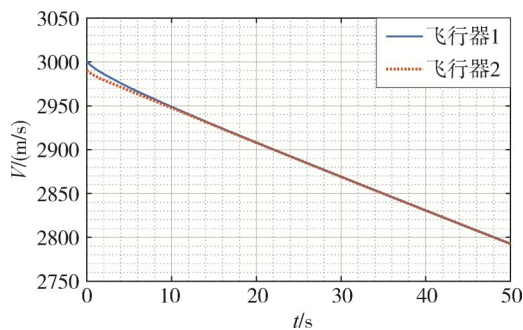


图 10 工况 3、4 编队速度变化

出各结构的邻接矩阵和  $\bar{\gamma}$  值。根据表 4 所示的初始状态范围均匀随机生成 1000 个工况,在每种拓扑结构下对各工况进行仿真。

仿真轨迹如图 11 所示,4000 次仿真均能满足式 (28) 中的收敛条件,实现编队飞行。图中轨迹簇在接近初始的一端有整体的向上突起,这是因为在初始阶段,部分飞行器的队形误差较大、攻角较大,使得升力有较大的冗余。在倾侧角翻转经过 0 值附近时,造成高度方向的升力较大,使得飞行器有向上飞行的趋势。随着队形误差的减小,升力冗余减小,飞行器回归到期望高度飞行。

各拓扑结构下的编队时间和集群速度损失统计见表 5,随着编队结构有向边数量的减少,平均编队时间和平均速度损失均会增加。这是因为有向

表 3 5 种通信拓扑结构

编号	拓扑结构	邻接矩阵	$\bar{\gamma}$
1		$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0
2		$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0
3		$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0
4		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$2/\sqrt{3}$
5		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0

表 4 初始状态分布范围

变量	飞行器 $i$
$x/\text{km}$	$[-0.1, 0.1]$
$y/\text{km}$	$[29.9, 30.1]$
$z/\text{km}$	$[i-1.1, i-0.9]$
$v_x/(\text{m/s})$	$[2990, 3010]$
$v_y/(\text{m/s})$	$[-10, 10]$
$v_z/(\text{m/s})$	$[-10, 10]$

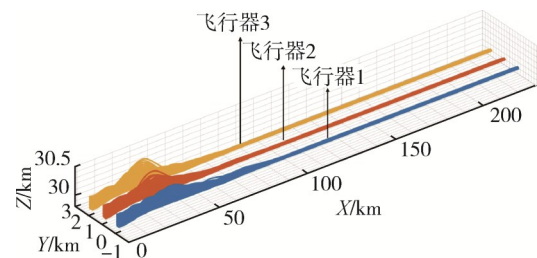


图 11 不同拓扑结构下的蒙特卡洛仿真轨迹

边越多时,节点之间的通讯路径越多,节点的局部状态会迅速影响到相邻节点,集群的状态信息传递效率更高,可能促使一致性更快速地达到。例如结构 1 为全连通的无向图,每个节点均可及时根据全局状态进行控制,而结构 5 中,飞行器 1 无法接收到飞行器 2、3 的状态信息,无法主动参与到集群纵向控制之中。有向边数更多的结构的编队时间和速度损失并不总是更低,例如在上述 1000 个初始状态下,结构 1 的编队时间和速度损失分别只在 417 和 608 个工况下低于结构 5。这表明,有向边数量增加使得编队时间和速度损失减少为统计平均后的结果。

表 5 不同拓扑结构的平均编队时间与平均速度损失

编队结构	平均编队时间/s	平均速度损失/(m/s)
1	24.59	30.04
2	24.65	31.67
3	24.75	34.45
4	25.06	38.87
5	25.10	42.19

## 4 结 论

针对无动力飞行器编队控制问题,提出了满足队形三维空间误差收敛的编队控制方法,通过仿真验证了方法的有效性,主要结论如下:

1)提出了基于一致性理论和附加阻力加速度的纵向编队控制方法,证明修正后的控制协议能够实现一致性。设计了倾侧角分配和翻转策略,在优先控制高向误差的基础上,能够将横向误差限定在较小范围内。

2)仿真结果表明,在给定的初始条件范围内,编队制导律可以实现编队飞行,能够适应不同的编队数量和拓扑结构。在不利编队的初始状态下,编队时间和集群速度损失会显著增加;有向边数量更多的集群,其平均编队时间和速度损失会更少。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] 安凯,郭振云,黄伟,等. 低/高速飞行器系统编队协同控制方法研究进展[J]. 航空兵器, 2022, 29(5): 53-65. (AN Kai, GUO Zhenyun, HUANG Wei, et al. Research progress of formation-cooperative control methods for low-speed and high-speed vehicle systems [J]. Aero Weaponry, 2022, 29(5): 53-65. )
- [ 2 ] 葛云鹏,梁卓,吕瑞,等. 一种基于主从模式的无动力飞行器协同制导方法[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(4): 418-424. (GE Yunpeng, LIANG Zhuo, LYU Rui, et al. A cooperative guidance method for unpowered vehicle based on master-slave mode [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2023, 31(4): 418-424. )
- [ 3 ] KANG Y H, KUANG Y, CHENG J, et al. Robust leaderless time-varying formation control for unmanned aerial vehicle swarm system with Lipschitz nonlinear dynamics and directed switching topologies [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 35(1): 124-136.
- [ 4 ] 顾镇镇,王旭刚,王中原,等. 事件触发机制下多导弹固定时间编队控制[J]. 宇航学报, 2023, 44(2): 266-281. (GU Zhenzhen, WANG Xugang, WANG Zhongyuan, et al. Fixed-time event-triggered formation control for multiple missiles [J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(2): 266-281. )
- [ 5 ] LIU Y, BUCKNALL R. A survey of formation control and motion planning of multiple unmanned vehicles [J]. Robotica, 2018, 36(7): 1019-1047.
- [ 6 ] 闫党辉,章卫国,陈航,等. 具有时延和干扰约束的多无人机滑模一致性编队控制研究[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(2): 420-426. (YAN Danghui, ZHANG Weiguo, CHEN Hang, et al. Research on Multi-UAVs' sliding mode consensus formation control with delay and disturbance constraints [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(2): 420-426. )
- [ 7 ] ZHU Y K, LI S L, GUO G, et al. Formation control of UAV-USV based on distributed event-triggered adaptive MPC with virtual trajectory restriction [J]. Ocean Engineering, 2024, 294: 116850.
- [ 8 ] CHEN J Y, ZHOU R, SUN G B, et al. Distributed formation control of multiple aerial vehicles based on guidance route [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2023, 36(3): 368-381.
- [ 9 ] BUI D N, PHUNG M D. Radial basis function neural networks for formation control of unmanned aerial vehicles [J]. Robotica, 2024, 42(6): 1-19.
- [ 10 ] 杨加秀,李新凯,张宏立,等. 切换拓扑下异构集群的强化学习时变编队控制[J]. 航空学报, 2024, 45(10): 248-264. (YANG Jiaxiu, LI Xinkai, ZHANG Hongli, et al. Time-varying formation control for heterogeneous clusters with switching topologies via reinforcement learning [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(10): 248-264. )
- [ 11 ] 谢文光,吴康,阎芳,等. 一种面向多无人机协同编队控制的改进深度神经网络方法[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(2): 295-302. (XIE Wenguang, WU Kang, YAN Fang, et al. A formation flight method with an improved deep neural network for Multi-UAV system [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(2): 295-302. )
- [ 12 ] MA B D, LIU Z B, JIANG F H, et al. Reinforcement learning based UAV formation control in GPS-denied environment [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2023, 36(11): 281-296.
- [ 13 ] ZHANG Y, WANG X, TANG S J. A globally fixed-time solution of distributed formation control for multiple hypersonic gliding vehicles[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 98: 105643.

- [14] 王婕, 王鼎华, 王婷, 等. 高超声速滑翔飞行器预定时间碰撞规避编队控制[J]. 中国科学(信息科学), 2024, 54(10): 2326-2342. (WANG Jie, WANG Dinghua, WANG Ting, et al. Collision avoidance and formation control of hypersonic glide vehicles within predefined time[J]. Scientia Sinica (Informationis), 2024, 54(10): 2326-2342.)
- [15] 陈丹鹤, 何敬源, 刘幸川, 等. 航天器编队飞行相对运动轨迹优化方法综述[J]. 宇航学报, 2024, 45(3): 325-340. (CHEN Danhe, HE Jingyuan, LIU Xingchuan, et al. Review on relative trajectory optimization methods for spacecraft formation flying [J]. Journal of Astronautics, 2024, 45(3): 325-340.)
- [16] REN W, BEARD R W. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control: theory and applications [M]. Berlin, Germany: Springer, 2007.
- [17] RICHIE G. The common aero vehicle-space delivery system of the future [C]// In Proceedings of the Space Technology Conference and Exposition, Albuquerque, NM, USA, September 28-30, 1999.