

# 基于神经网络的目标轨迹预报算法设计\*

李瑞康<sup>1</sup>, 廖欣<sup>1,2</sup>, 张 诞<sup>1</sup>, 唐胜景<sup>3</sup>

1. 上海机电工程研究所, 上海 201109

2. 西北工业大学, 西安 710072

3. 北京理工大学宇航学院, 北京 100081



**摘 要** 提高轨迹预报精度是反高速机动目标面临的难点之一。本文基于目标运动特性分析, 构建跟踪运动模型, 采用交互多模型滤波算法完成多模型交互, 局部滤波器采用自适应高阶容积卡尔曼滤波算法, 通过与强跟踪滤波算法相结合, 提高传统的估计精度, 进而提高算法的鲁棒性; 采用广义回归神经网络设计轨迹预报算法, 并在预报过程中引入预报修正量对误差进行修正, 通过样本学习提高长时间预报精准度, 仿真结果表明, 设计的跟踪预报算法在预报精度上较常规算法有较大幅度提升。

**关键词** 轨迹预报; 高速强机动; 交互多模型; 广义回归神经网络

**中图分类号:** TJ765.1 **文献标识码:** A

**文章编号:** 1006-3242(2023)06-0003-08

## Design of Target Trajectory Prediction Algorithm Based on Neural Network

Li Ruikang<sup>1</sup>, Liao Xin<sup>1,2</sup>, Zhang Dan<sup>1</sup>, Tang Shengjing<sup>3</sup>

1. Shanghai Electro-Mechanical Engineering Institute, Shanghai 201109, China

2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

3. Beijing Institute of Technology, School of Astronautics, Beijing 100081, China

**Abstract** Improving the accuracy of trajectory prediction is one of the difficulties faced by anti-high-speed strong maneuvering targets. The tracking motion model is established, which is based on the analysis of typical target motion characteristics in this paper. And the interaction multi-model (IMM) filtering algorithm is adopted to complete multi-model interaction. The local filter adopts adaptive high-order cubature Kalman filtering (HCKF) algorithm, and the strong tracking filtering (STF) algorithm is combined with HCKF algorithm to improve the estimation accuracy of traditional CKF and the robustness of the algorithm. The prediction extrapolation method is designed, which is based on the generalized regression neural network (GRNN), and the prediction correction is introduced in the prediction process to correct the error, and the accuracy of long-term prediction is improved by sample learning. The simulation results show that the forecast accuracy of the proposed tracking prediction algorithm is much improved by the compared conventional algorithm.

\* 上海航天科技创新基金项目 (SAST2017-11)

收稿日期: 2023-04-14

作者简介: 李瑞康 (1982 - ), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事飞行器总体设计、制导与控制技术研究, E-mail: rui-kangli@163.com; 廖欣 (1989 - ), 男, 博士研究生, 高级工程师, 主要从事飞行器总体设计研究; 张 诞 (1989 - ), 男, 大专, 助理工程师, 主要从事档案管理工作; 唐胜景 (1959 - ), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事飞行器总体设计、飞行力学、制导与控制、信息融合、目标跟踪等方面的科学研究。

**Key words** Trajectory prediction; High-speed and strong-maneuvering; Multi-model interaction; Generalized regression neural network (GRNN)

## 0 引言

高速飞行器速度通常大于  $Ma 5$ , 拦截这类目标时, 拦截弧段内弹目速比往往小于 1, 通常采用逆轨或准逆轨方式, 通过减小交会角来降低拦截飞行器过载需求。要准确构建逆轨或准逆轨拦截弹道态势, 需要对目标飞行轨迹进行准确的跟踪和预报, 计算出双方遭遇时间和空间位置。

目前研究的轨迹预报方法大多是针对惯性弹道和空间再入类目标<sup>[1-2]</sup>, 采用的预报方法以其轨迹的相对固定性为理论依据; 高速飞行器通常采用大升阻比设计, 往往伴随着较强的机动能力, 20 km 高度空域, 最大横向过载可达  $3 \sim 8$ <sup>[3]</sup>, 飞行轨迹为非惯性弹道, 具有很强的不确定性, 现有预报方法已无法适用。近年来, 国内外学者针对非惯性弹道的高速机动目标轨迹预报问题开展诸多的理论研究<sup>[4-10]</sup>, 其中交互式多模型 (IMM) 方法是目前机动模型跟踪领域最常见的一种方法<sup>[4-6]</sup>。轨迹预报是在弹道模型跟踪基础上, 外推未来飞行轨迹位置, 传统预报方法假定预报时间较短, 目标运动状态变化较慢, 直接利用目标跟踪模型进行预报, 如匀速模型 (CV)、匀加速模型 (CA)、Singer 模型、当前统计模型等<sup>[5]</sup>, 根据目标当前状态外推后续状态, 累计误差随预报时长增加而增大, 尤其是当目标运动模式发生改变时, 预报结果将快速发散。因此, 提高长时间预报精度和收敛性是当前亟待解决的难题之一。

本文提出在多模型交互中局部滤波器采用自适应高阶容积卡尔曼滤波算法, 通过强跟踪滤波算法与高阶 CKF 算法相结合, 提高传统 CKF 的估计精度, 进一步提高算法的鲁棒性和收敛性, 考虑将神经网络引入到目标运动状态外推中, 通过样本学习提高长时间预报精度。

## 1 目标跟踪运动学模型

为了提高突防能力, 高速机动飞行器通常采用平衡-滑翔、跳跃-滑翔等弹道飞行, 其飞行弹道中往往融合多种机动模式, 典型有纵向跳跃、侧向迂回及螺旋机动等, 运动特征较为复杂, 不同弹道阶段采用

机动模型不同, 单一的运动学模型难以准确描述。

建立地心惯性坐标系 (地惯系) 下目标跟踪运动状态方程:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{r}(t) \quad \mathbf{v}(t) \quad \mathbf{a}(t)]^T$  为目标沿地惯系三轴的位置、速度和加速度矢量,  $\mathbf{A}$  为模型状态矩阵,  $\mathbf{w}(t)$  为过程噪声。此处:

$$\begin{cases} \mathbf{r}(t) = [r_x(t) & r_y(t) & r_z(t)]^T \\ \mathbf{v}(t) = [v_x(t) & v_y(t) & v_z(t)]^T \\ \mathbf{a}(t) = [a_x(t) & a_y(t) & a_z(t)]^T \end{cases} \quad (2)$$

其离散化后的状态方程可表示为:

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (3)$$

式中:  $\Phi(k)$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{W}(k)$  为离散时间白噪声序列。

针对式 (1) 状态方程, 在文献 [5] 中, 采用 CV 模型、CA 模型、Singer 模型以及蛇形机动模型用做跟踪模型, 并利用自适应 IMM 方法实现目标状态估计。为了改善预报精度, 本文在现有跟踪模型的基础上, 引入地心引力模型、平衡滑翔匀减速圆周运动模型、自适应定向机动模型, 构建新的跟踪模型集。

### 1.1 地心引力模型

飞行器受到的地球引力在地惯系下可表示为:

$$\mathbf{g} = -\mu\mathbf{r}/|\mathbf{r}|^3 \quad (4)$$

式中:  $\mu$  为引力常数。

当目标仅受地心引力作用时, 目标的离散化状态方程为:

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{G}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{r}(k) \quad \mathbf{v}(k) \quad \mathbf{a}(k)]^T$ ,

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \phi_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix}, \quad \phi_3 = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{g} \end{bmatrix}, \quad T \text{ 为采样周期。}$$

## 1.2 平衡滑翔匀减速圆周运动模型

该模型主要用于描述飞行器进入平衡滑翔阶段的运动状态,在恒定的高度上,围绕地球做近似匀减速圆周运动。当飞行器处于平衡滑翔状态时,看成是平面运动状态,其离散化方程可简化为:

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{X}(k) = [r_x(k) \quad v_x(k) \quad a_h(k) \quad a_z(k)]^T$ ,

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} 1 & \tilde{A} & \tilde{B} & 0 \\ 0 & \tilde{C} & \tilde{D} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{E} & \tilde{F} \\ 0 & 0 & \tilde{G} & \tilde{H} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A} = \frac{(v_0 - a_z T)^2}{4a_z^2 + a_h^2} \left( 2a_z \cos\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right) + \right.$$

$$\left. a_h \sin\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right) \right) - \frac{2v_0^2 a_z}{4a_z^2 + a_h^2},$$

$$\tilde{B} = \frac{(v_0 - a_z T)^2}{4a_z^2 + a_h^2} \left( 2a_z \sin\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right) - \right.$$

$$\left. a_h \cos\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right) \right) + \frac{2v_0^2 a_z}{4a_z^2 + a_h^2},$$

$$\tilde{C} = (v_0 - a_z T) \cos\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right),$$

$$\tilde{D} = (v_0 - a_z T) \sin\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right),$$

$$\tilde{E} = \cos\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right), \tilde{F} = -\sin\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right),$$

$$\tilde{G} = -\sin\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right), \tilde{H} = \cos\left(\frac{v_0 - a_z T}{R_e + h} T\right).$$

其中:  $v_0$  为进入平衡滑翔时的速度,  $a_z$  和  $a_h$  分别为切向和法向加速度,  $R_e$  为地球平均半径,  $h$  为飞行高度。

## 1.3 自适应定向机动模型

该模型用于描述飞行器纵向跳跃或侧向机动运动,进行侧向机动时,飞行器通常采用 BTI 控制模式。描述该类运动特征,可用如下状态方程:

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{G}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{r}(k) \quad \mathbf{v}(k) \quad \mathbf{a}(k)]^T$ ,

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \phi_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix}, \phi_3 = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix}, \mathbf{a} = \mathbf{g} - \mathbf{C} \cdot [a_D \quad a_L \cos \gamma_v \quad a_L \sin \gamma_v]^T,$$

$\mathbf{C}$  为速度系到地惯系转换矩阵,  $a_D$  和  $a_L$  为阻力加速度和总升力加速度,  $\gamma_v$  为速度倾斜角,当  $\gamma_v = 0$  时,飞行器进行纵向跳跃机动,当  $\gamma_v = \pm \gamma_{\max}$  时,飞行器进行横向和纵向机动。

由于加速度项是未知量,进行自适应调整,基本思想是让函数  $F$  取最小值:

$$\min F = \min \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \min \begin{bmatrix} |x_z(k) - \hat{x}(k)| \\ |y_z(k) - \hat{y}(k)| \\ |z_z(k) - \hat{z}(k)| \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $x_z, y_z, z_z, \hat{x}, \hat{y}$  和  $\hat{z}$  分别为飞行器位置测量值和估计值。

令:

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \\ \lambda_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_D \\ a_L \cos \gamma_v \\ a_L \sin \gamma_v \end{bmatrix} \quad (9)$$

采用最小二乘法进行迭代计算,公式如下:

$$\boldsymbol{\lambda}_{n+1} = \boldsymbol{\lambda}_n + \mathbf{A}_\lambda^{-1} \mathbf{B}_\lambda \quad (10)$$

其中:

$$\mathbf{A}_\lambda = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_z} \\ \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_z} \\ \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_z} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_z} \\ \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_z} \\ \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_z} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_\lambda = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_x}{\partial \lambda_z} \\ \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_y}{\partial \lambda_z} \\ \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_x} & \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_y} & \frac{\partial F_z}{\partial \lambda_z} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \\ \Delta F_z \end{bmatrix}$$

上式中偏导数全部用差分方式近似代替:

$$\frac{\partial F_x}{\partial \lambda_i} = \frac{F_{x,n+1} - F_{x,n}}{\Delta \lambda_i}, \quad i = x, y, z \quad (11)$$

迭代3次( $n=3$ ),如果模型不匹配,则迭代发散,误差较大,那么该模型权重自然会很低。

## 2 跟踪滤波算法设计

针对高速机动飞行器平衡滑翔或跳跃滑翔等相对复杂运动轨迹,在前期交互多模型(IMM)研究基

基础上<sup>[5]</sup>,本文对其中的模型滤波器进行适应性改进,具体为:将高阶 CKF (HCKF) 算法与强跟踪滤波 (STF) 算法结合,在 HCKF 算法的框架上,将 STF 中的渐消因子引入到时间更新方程和测量更新方程之中,构造自适应 HCKF 算法 (AHCKF),提高跟踪滤波性能。

图 1 为实施方案,具体实施流程如下:

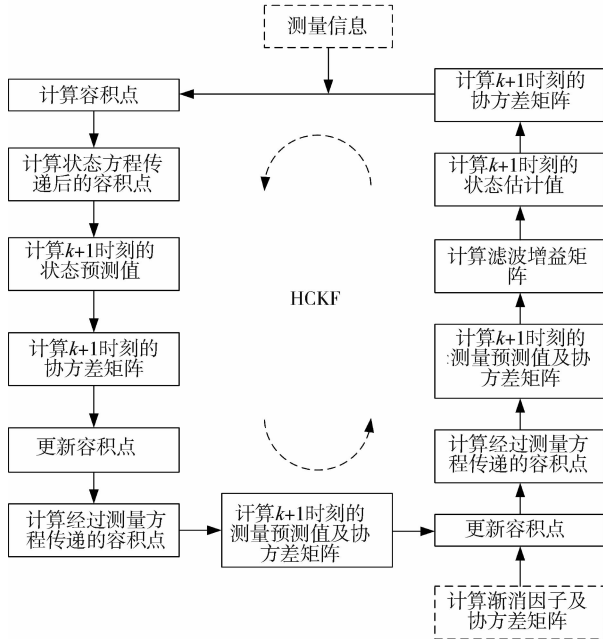
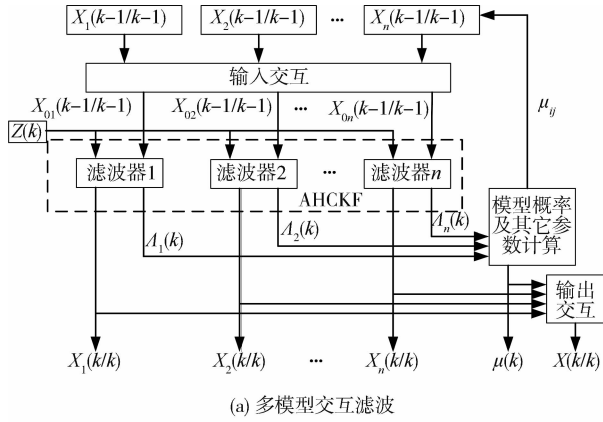


图 1 跟踪算法实施方案

针对离散化模型 (3), 假设  $k$  时刻运动状态向量  $\mathbf{X}$  满足统计特性:  $\mathbf{x}_k \sim N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k)$ , 则 AHCKF 的具体算法如下:

1) 计算容积点  $\mathbf{x}_{k,i}$  ( $i = 0, 1, \dots, 2n^2$ ):

$$\mathbf{x}_{k,i} = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{S}_k \boldsymbol{\xi}_i \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{S}_k$  为  $\mathbf{P}_k$  的乔利斯基 (Cholesky) 分解, 即  $\mathbf{P}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T$ ,  $\boldsymbol{\xi}_i$  为点集。

2) 计算经状态方程传递后的容积点  $\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i}$ :

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i} = f(\mathbf{x}_{k,i}) \quad (13)$$

3) 计算  $k+1$  时刻的状态预测值  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}$ :

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} = \sum_{i=0}^{2n^2} \omega_i \boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i} \quad (14)$$

式中:  $\omega_i$  为权值。

4) 估计  $k+1$  时刻的状态误差协方差矩阵:

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{k+1/k}^x = \sum_{i=0}^{2n^2} \omega_i (\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}) (\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k})^T \\ \mathbf{P}_{k+1/k}^l = \mathbf{P}_{k+1/k}^x + \mathbf{Q}_k \end{cases} \quad (15)$$

式中: 上标  $l$  表示未加入渐消因子的情况。

5) 根据  $\mathbf{x}_{k+1}$  在未加入渐消因子情况下的统计特性  $N(\mathbf{x}_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}, \mathbf{P}_{k+1/k}^l)$ , 计算更新后的状态容积点  $\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i}^l$ :

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i}^l = \mathbf{S}_{k+1/k}^l \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} \quad (16)$$

并有  $\mathbf{P}_{k+1/k}^l = \mathbf{S}_{k+1/k}^l (\mathbf{S}_{k+1/k}^l)^T$ 。

6) 计算经过测量方程传递的容积点  $\boldsymbol{\zeta}_{k+1,i}^l$ :

$$\boldsymbol{\zeta}_{k+1,i}^l = h(\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i}^l) \quad (17)$$

7) 计算  $k+1$  时刻的测量预测值  $\hat{\mathbf{y}}_{k+1}^l$  和一步预测测互相关协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1/k}^{xy,l}$ :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}}_{k+1}^l = \sum_{i=0}^{2n^2} \omega_i \boldsymbol{\zeta}_{k+1,i}^l \\ \mathbf{P}_{k+1/k}^{xy,l} = \sum_{i=0}^{2n^2} \omega_i (\boldsymbol{\chi}_{k+1/k,i}^l - \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}) (\boldsymbol{\zeta}_{k+1,i}^l - \hat{\mathbf{y}}_{k+1}^l)^T \end{cases} \quad (18)$$

8) 计算自适应渐消因子  $\lambda_{k+1}$ , 并计算一步预测状态误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1/k}$ :

$$\begin{cases} \lambda_{k+1} = \max\left(1, \frac{\text{tr}(\mathbf{N}_{k+1})}{\text{tr}(\mathbf{M}_{k+1})}\right) \\ \mathbf{N}_{k+1} = \mathbf{V}_{0,k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{Q}_k \mathbf{H}_{k+1}^T - \kappa \mathbf{R}_{k+1} \\ \mathbf{M}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k}^x \mathbf{H}_{k+1}^T \\ \mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k}^{xy,l} (\mathbf{P}_{k+1/k}^{xy,l})^{-1} \\ \mathbf{V}_{0,k+1} = \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}_1 \boldsymbol{\gamma}_1^T, & k = 0 \\ \frac{\rho \mathbf{V}_{0,k} + \boldsymbol{\gamma}_{k+1} \boldsymbol{\gamma}_{k+1}^T}{1 + \rho}, & k > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $\kappa \geq 1$  为弱化因子,  $\rho$  为遗忘因子, 一般取  $0.95 \leq \rho \leq 0.995$ 。

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \lambda_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k}^x + \mathbf{Q}_k \quad (20)$$

9) 根据  $\mathbf{x}_{k+1}$  加入渐消因子情况下的统计特性  $N(\mathbf{x}_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}, \mathbf{P}_{k+1/k})$ , 计算更新后的状态容积点:

$$\mathbf{x}_{k+1/k,i} = \mathbf{S}_{k+1/k} \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} \quad (21)$$

并有:  $\mathbf{P}_{k+1/k} = \mathbf{S}_{k+1/k} (\mathbf{S}_{k+1/k})^T$ 。

10) 计算经过测量方程传递的容积点:

$$\zeta_{k+1,i} = h(\mathbf{x}_{k+1/k,i}) \quad (22)$$

11) 计算  $k+1$  时刻的测量预测值:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2n^2} \omega_i \zeta_{k+1,i} \quad (23)$$

12) 估计  $k+1$  时刻的测量误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1}^{yy}$

和一步预测互协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1/k}^{xy}$ :

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{k+1}^{yy} = \sum_{i=0}^{2n^2} \omega_i (\zeta_{k+1,i} - \tilde{\mathbf{y}}_{k+1}) (\zeta_{k+1,i} - \tilde{\mathbf{y}}_{k+1})^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{P}_{k+1/k}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n^2} \omega_i (\mathbf{x}_{k+1/k,i} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}) (\zeta_{k+1,i} - \tilde{\mathbf{y}}_{k+1})^T \end{cases} \quad (24)$$

13) 计算  $k+1$  时刻的滤波增益矩阵:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k}^{xy} (\mathbf{P}_{k+1}^{yy})^{-1} \quad (25)$$

14) 计算  $k+1$  时刻的状态估计值:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1} (y_{k+1} - \tilde{y}_{k+1}) \quad (26)$$

15) 计算  $k+1$  时刻的状态误差协方差矩阵:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^{yy} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (27)$$

### 3 弹道预报算法设计

当完成对飞行器运动状态的跟踪滤波后,便可以进行飞行器弹道预报工作,由于高速机动带来运动和控制通道间耦合、气动参数非线性等因素,飞行器运动模型具有强非线性特征,常规解析预报精度难保证。广义回归神经网络 (GRNN) 对非线性函数具有良好的逼近能力,在样本累计数据较少时也有较好的适用性,本文尝试用该方法实现弹道外推,具体流程如图 2 所示。

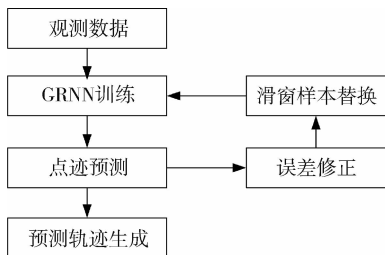


图 2 轨迹预报流程

GRNN 结构有 4 层:输入层、模式层、求和层和输出层,其结构如图 3 所示。

将观测数据 (利用滤波后的运动状态  $\mathbf{X}$ ) 作为学习样本,输入层神经元的数目等于学习样本中输

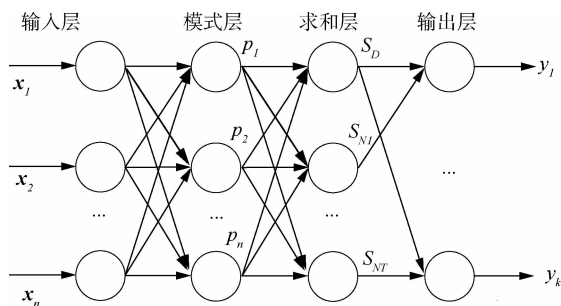


图 3 广义回归神经网络结构图

入向量维数  $n$ ,各神经元是简单的分布单元,直接将输入变量传递给模式层。

模式层传递函数为:

$$p_i = \exp\left[-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)}{2\sigma^2}\right], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

式中:  $\mathbf{x}_i$  为学习样本中第  $i$  个参量。

求和层中用两类神经元进行加权求和。一类为对所有模式层神经元的输出进行算术求和:

$$S_D = \sum_{i=1}^n p_i \quad (29)$$

其模式层与各神经元的连接权值为 1。

另一类为对所有模式层的神经元进行加权求和:

$$S_{Nj} = \sum_{i=1}^n y_{ij} p_i, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (30)$$

式中:  $y_{ij}$  为加权系数。

输出层中的神经元数目等于学习样本中输出向量的维数  $k$  (即位置和速度状态参量),各神经元将求和层的输出相除,神经元  $j$  的输出对应估计结果的第  $j$  个元素,即:

$$y_j = \frac{S_{Nj}}{S_D}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (31)$$

假设可以得到的实时观测数据个数为  $N$  (即  $N$  个采样周期数据,每个采样周期数据维数为  $n$ ),可以选取长度为  $N$  的滑窗,以滑窗的长度限制输入训练样本数量的长度,避免迭代过程中学习时间过长。为了实现轨迹的中长期预报,运用迭代法对滑窗中的样本进行更新,假设需要预测  $l$  步的轨迹,则通过每次迭代,对第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ) 步的预测值替换滑窗中最旧的数据,每替换一次便让 GRNN 网络进行一次新的学习,更新网络结构,以新的网络结构进行下一步的预测。滑窗样本替换方法如图 4 所示。

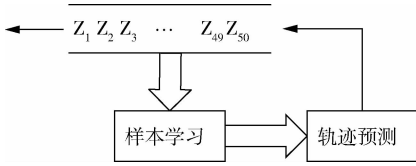


图4 滑窗样本替换

为了实现预报精度要求,在预测过程中引入预测修正量修正误差。假设已经得到  $N$  个观测数据,采用修正模型  $\Delta X(t)$  对后续  $t$  时间内预测中的误差进行抑制。

$$\begin{cases} \Delta X(N) = \hat{X}(N) - X(N) \\ \Delta X(t) = \Delta X(N)t, \quad t = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (32)$$

式中:  $\Delta X(N)$  为基于前  $N-1$  个数据预测出的第  $N$  点预测值  $\hat{X}(N)$  与名义真值  $X(N)$  之差。 $\Delta X(N)$  为预测初始误差,与时间  $t$  共同作为误差修正的重要组成部分。

在长周期轨迹预报中,误差既可能正向发散,也可能负向发散,因此对误差积累的正负判别成为误差修正的一项重要工作,如果判别失误,将可能导致误差积累的进一步加剧。通过对 GRNN 预测误差的研究发现,误差发散具有单向性,因此可以将预测初始误差  $\Delta X(N)$  作为中长期预测误差发散方向的判别量,作为加入误差项正负取值的依据,误差修正量不可能达到完全消除误差的目的,只能控制误差的大小,控制发散速度。

## 4 仿真分析

设定飞行器初始运动状态和相关参数如下:

位置:  $r = [0 \quad 6451.3 \quad 0]^T$  km,

速度:  $v = [2.38 \quad 0 \quad 0]^T$  km/s,

飞行攻角:  $\alpha = 12^\circ$ ,

速度倾斜角:  $\gamma_v = -1^\circ$ ,

横向最大加速度:  $30 \text{ m/s}^2$ ,

阻力和升力系数:

$$C_D = -0.1621 + 0.09826 \cdot \alpha - 0.01772 \cdot m_a +$$

$$2.72 \cdot \alpha^2 - 0.02238 \cdot \alpha \cdot m_a + 0.0006881 \cdot m_a^2$$

$$C_L = 1.073 - 7.94 \cdot \alpha - 0.1394 \cdot m_a + 34.1 \cdot \alpha^2 +$$

$$0.8694 \cdot \alpha \cdot m_a + 0.00813 \cdot m_a^2 - 4.846 \cdot \alpha^2 \cdot m_a +$$

$$0.04085 \cdot \alpha \cdot m_a^2 - 0.0007289 \cdot m_a^3 + 0.1534 \cdot \alpha^2 \cdot$$

$$m_a^2 - 0.00273 \cdot \alpha \cdot m_a^3 + 2.45 \times 10^{-5} \cdot m_a^4$$

其中:  $\alpha$  和  $m_a$  为飞行器攻角和马赫数。

假设采用雷达作为探测系统,距离测量误差为  $50 \text{ m}(1\sigma)$ ,角度测量误差为  $0.05^\circ(1\sigma)$ 。飞行器以

恒定攻角、速度倾斜角飞行。在上述初始条件下,弹道计算时作瞬时平衡假设,给出一条远程弹道作为参考运动轨迹,基于改进的跟踪滤波算法,对参考弹道进行跟踪滤波,参考飞行轨迹如图 5(a) 所示,运动状态跟踪滤波误差如图 5(b) 所示。

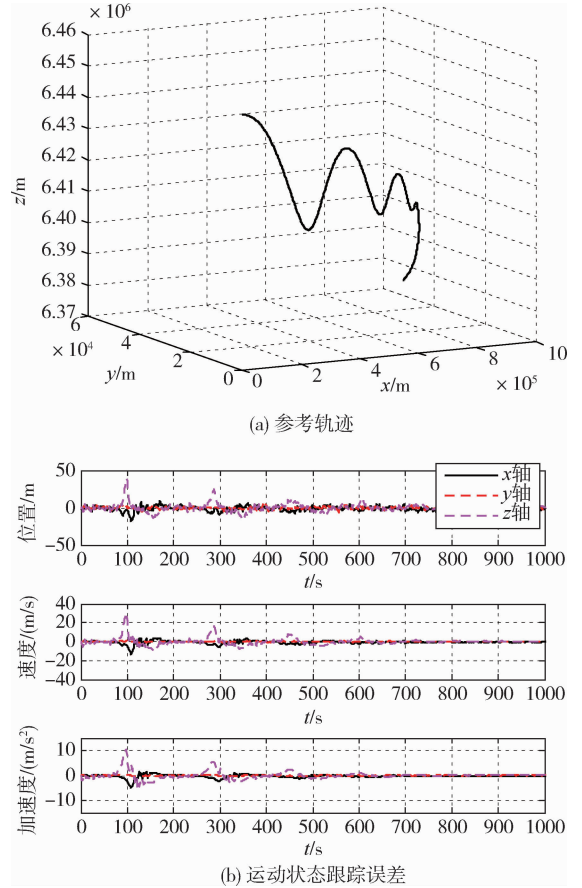


图5 轨迹跟踪性能

采用均方根误差 (RMSE) 评价跟踪滤波性能,具体计算公式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^h (y_q - y_q^*)^2}{h}} \quad (33)$$

式中:  $y_q$  为真实值,  $y_q^*$  为对应的估计值,  $h$  为测试数据点的数量,取 1000。

以误差较大的  $x$  向加速度为例, AHCKF 与 HCKF 两种结果比较如图 6 所示。

仿真结果可以看出,状态跟踪取得较好的结果,受引力和阻力加速度因素影响,  $z$  向估计误差相对较大,但位置估计误差不超过  $40 \text{ m}$ ,速度估计误差不超过  $30 \text{ m/s}$ ,加速度估计误差在  $10 \text{ m/s}^2$ ,随着样本数据的增加,运动状态估计误差趋于稳定,比如加速度估计误差基本在  $1 \text{ m/s}^2$  内,效果较优;进行 100

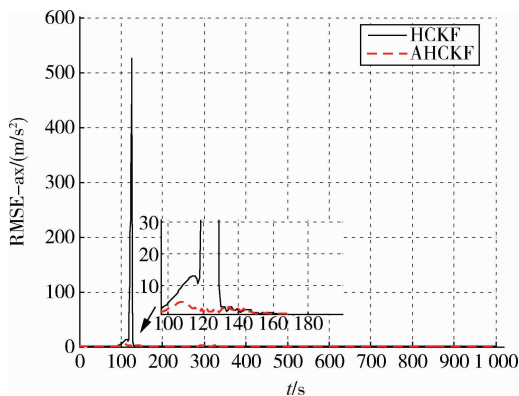


图 6 不同跟踪滤波方法性能比较

次蒙特卡洛仿真,相比 HCKF, AHCKF 跟踪滤波误差稳定性更好,估计精度也更高,但引入渐消因子后计算量增大,相同条件下仿真时间增加近 2.5 倍,计算效率有待提升。

假设飞行器采用 BTT-45 控制,等攻角  $10^\circ$  飞行、剩余飞行时间 350 s 时开始跟踪,此时飞行器位置为  $r = [1211 \quad 6302 \quad -1.1]^T$  km,速度为  $v = [3.024 \quad 0.588 \quad 0]^T$  km/s,前 150 s 数据作为跟踪滤波样本,结果作为预报初始条件,预报时长 120 s,120 s 内预报效果如图 7 所示。

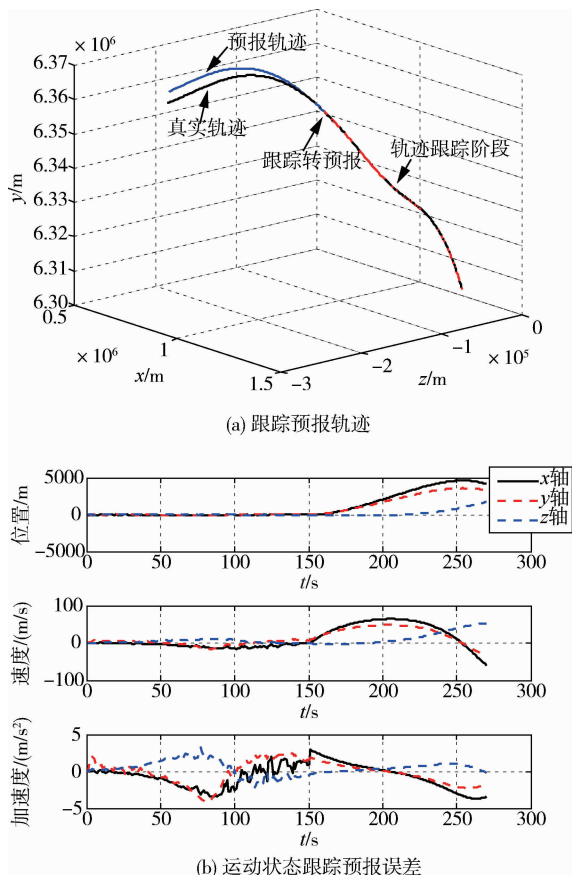


图 7 长周期轨迹预报结果

该算例中经历轨迹上升到下降过程,具有典型性,从仿真结果可以看出,随着预报周期的加长,位置预报误差增大,并呈发散态势,符合轨迹预报规律,120 s 预报时长,位置预报误差在千米级,速度预报误差在百米级,  $x$  向预报偏大,加速度预报误差在  $5 \text{ m/s}^2$  内。

为了更好地评价预报误差,进行了 100 次蒙特卡罗仿真,记录预测 120 s 后真实轨迹与预测轨迹之间的误差,如图 8 所示。经统计,位置预报误差均值为 6.2 km,相同仿真条件设置,与文献[5]的 120 s 后预报误差均值 10.8 km 相比,精度有了较大幅度提升,算法有效性得到验证。

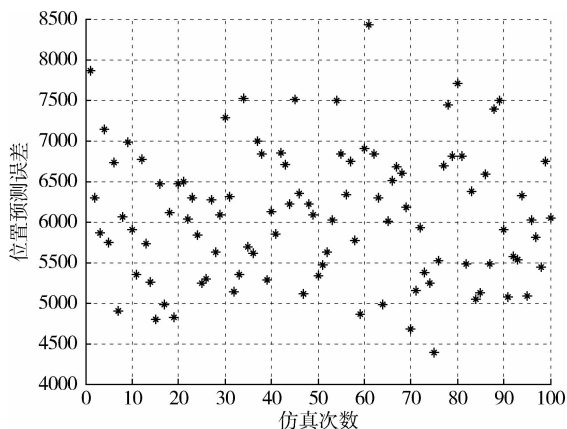


图 8 蒙特卡洛仿真结果

## 5 结论

针对高速机动类目标的长周期轨迹预报方法进行了研究,从提高滤波算法鲁棒性和轨迹预报结果的精确性方面出发,优化设计了多模型交互方法中的滤波器和轨迹外推算法,从对典型目标的数值仿真结果看,文中采用的方法对高速机动类目标能实现较好的轨迹跟踪与预报。但目标轨迹跟踪与预报受目标机动性能、探测精度、预报时长、建模等诸多因素影响,要实现长时间高精度跟踪和预报仍具有很大的挑战性。本文方法较常规算法在预报性能方面有了较大改善,但在计算效率方面仍有待提升。

## 参 考 文 献

[ 1 ] Yeddanapudi M, Bar-Shalom Y, Pattipati K R, et al. Ballistic missile track initiation from satellite observations [ J ]. Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1995, 31(3): 1054-1071.

- [ 2 ] 张洪波, 谢愈, 陈克俊, 等. 非惯性运动目标弹道预报技术探讨[J]. 现代防御技术, 2011, 39(6):26-31. (Zhang Hongbo, Xie Yu, Chen Kejun, et al. Investigation on trajectory prediction of maneuverable target [J]. Modern Defense Technology, 2011, 39(6):26-31.)
- [ 3 ] 熊俊辉, 李克勇, 刘焱, 等. 临近空间防御技术发展态势及突防策略[J]. 空天防御, 2021, 4(2):82-86. (Xiong Junhui, Li Keyong, Liu Yi, et al. Study on near space defense technology development and penetration strategy[J]. Air & Defense, 2021, 4(2):82-86.)
- [ 4 ] 秦雷, 李君龙, 周荻. 临近空间非弹道式目标 HTV-2 跟踪滤波与预报问题[J]. 航天控制, 2015, 33(2):56-61. (Qin Lei, Li Junlong, Zhou Di. The problems of tracking filter and prediction for non-ballistic target HTV-2 in the near space[J]. Aerospace Control, 2015, 33(2):56-61.)
- [ 5 ] 魏喜庆, 王社阳, 李瑞康. 基于自适应 IMM 算法的高超声速飞行器轨迹预测[J]. 上海航天, 2016, 32(2):27-31. (Wei Xiqing, Wang Sheyang, Li Ruikang. Trajectory predicting of hypersonic vehicle using adaptive interactive multiple model filter [J]. Aerospace Shanghai, 2016, 32(2):27-31.)
- [ 6 ] 司玉洁, 宋申民. 高超声速飞行器模型建立与交互多模型轨迹跟踪算法[J]. 黑龙江大学工程学报, 2017, 8(2):58-68. (Si Yujie, Song Shenmin. Model establishment of hypersonic vehicles and IMM trajectory-tracking algorithm [J]. Journal of Engineering of Heilongjiang University, 2017, 8(2):58-68.)
- [ 7 ] 李世杰, 雷虎民, 周池军, 等. 基于控制变量估计的高超声速再入滑翔目标轨迹预测算法[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(10):2320-2327. (Li Shijie, Lei Humin, Zhou Chijun, et al. Trajectory prediction algorithm for hypersonic reentry gliding target based on control variable estimation [J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(10):2320-2327.)
- [ 8 ] 李凡, 熊家军, 张凯, 等. 临近空间高超声速目标跟踪动力学模型[J]. 宇航学报, 2019, 40(3):266-276. (Li Fan, Xiong Jiajun, Zhang Kai, et al. Near space hypersonic target dynamics tracking model [J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(3):266-276.)
- [ 9 ] 韩春耀, 熊家军, 张凯. 高超声速滑翔飞行器轨迹预测分析[J]. 火力与指挥控制, 2019, 44(2):80-85. (Han Chunyao, Xiong Jiajun, Zhang Kai. Trajectory prediction analysis for hypersonic glide vehicle [J]. Fire Control & Command Control, 2019, 44(2):80-85.)
- [ 10 ] 邵雷, 雷虎明, 赵锦. 临近空间高超声速飞行器轨迹预测方法研究进展[J]. 航空兵器, 2021, 28(4):34-39. (Shao Lei, Lei Humin, Zhao Jin. Research progress in trajectory prediction for near space hypersonic vehicle [J]. Aero Weaponry, 2021, 28(4):34-39.)