

# 过驱动卫星姿态动态控制分配研究

谢方圆<sup>1</sup> 张爱民<sup>2</sup>

1. 中国人民解放军 63766 部队, 西双版纳 666200
2. 西安交通大学电子与信息学部, 西安 710049



**摘要** 针对受干扰、飞轮故障、安装偏差和饱和影响的过驱动卫星的姿态控制问题提出了一种控制器设计方法。首先建立了过驱动卫星的姿态方程, 给出了飞轮安装偏差、故障和饱和的数学描述。随后设计了存在外界不确定干扰和飞轮安装偏差时的滑模控制律, 再应用动态控制分配解决过驱动卫星飞轮故障问题, 最后考虑飞轮存在饱和时, 使用零空间法使飞轮力矩指令保持在可行区间之内。设计的控制方法避免了复杂的控制器设计过程, 控制器更为简单, 适应性更广, 更容易理解且更易于工程应用。

**关键词** 卫星姿态; 滑模; 动态控制分配; 零空间法

**中图分类号:** V448.2      **文献标识码:** A

**文章编号:** 1006-3242(2023)01-0053-07

## The Attitude Dynamic Control for Overactuated Satellite

Xie Fangyuan<sup>1</sup>, Zhang Aimin<sup>2</sup>

1. 63766 PLA Troops, Xishuangbanna 666200, China
2. Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

**Abstract** A controller design method is proposed for the attitude control of overactuated satellites under interference, reaction wheel fault, actuator misalignment and saturation. Firstly, the attitude equation of overactuated satellite is established and the mathematical descriptions of reaction wheel installation deviation, fault and saturation are introduced. Then, the sliding mode controller under external uncertain interference and reaction wheel actuator misalignment is designed, and the dynamic control allocation is applied for solving the reaction wheel fault of overactuated satellite. Finally, when the reaction wheel is saturated, the Null-space method is used to keep the reaction wheel torque command within the feasible range. The designed control method avoids the complex controller design process, and the controller is simpler, more adaptable, easier to understand and easier to be applied in engineering.

**Key words** Satellite attitude; Slid-mode control; Dynamic control allocation; Null space method

收稿日期: 2022-01-10

作者简介: 谢方圆(1994-), 女, 助理工程师, 主要从事卫星测控设备管理工作、测控资源调度研究。本文通信作者。E-mail: xfy\_xjtu@163.com; 张爱民(1962-), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应、鲁棒控制理论及其在柔性输配电系统中的应用, 网络化控制系统, 大数据分析技术及其在工控系统中的应用。

## 0 引言

卫星运行在复杂多变的太空环境中,不仅面临来自外界的各类干扰影响,还可能由于外界或内部的原因出现各种故障,进而对功能造成影响。在卫星在轨期间的各类故障中,执行机构发生故障的比例很高,而且对卫星姿态造成的影响很大。为了提高卫星对执行机构故障的容错能力,现代卫星往往采用 3 个以上的反作用飞轮构成冗余执行机构。那么一个控制需求会有多种可行的执行机构分配方案,这就引出了控制分配问题。

针对过驱动卫星的控制分配问题,传统的伪逆分配法,其本质上是固定分配,不能充分利用执行器冗余的优势<sup>[1]</sup>。动态控制分配(Dynamic Control Allocation, DAC)在故障时根据约束条件和最优化目标将虚拟控制力矩重新进行分配,使执行机构最终输出的控制力矩尽可能与虚拟控制力矩一致<sup>[2]</sup>。提高了控制过程的精确度、系统对执行机构故障的容错能力,进而延长卫星在轨寿命。如文献[3]中针对空天飞行器再入过程异类冗余执行机构的复合控制分配问题,设计了基于二次规划的按需动态分配律,实现了姿态准确跟踪。文献[4]在过驱动卫星姿态控制中应用基于负载均衡的控制分配方法,优化了推力分配布局,延长了执行机构使用寿命。

相对于被动容错方法,采用 DAC 可以无需设计过于复杂的控制器,以提供对飞轮故障的鲁棒性,而是通过 DAC 方法进行处理;相对于主动容错方法,不需要重构控制器<sup>[5]</sup>,也会相应的使控制方法的设计复杂度降低。所以,将简单的控制器和 DAC 结合,是针对飞轮故障的一种有效的姿态控制设计方法。但在以往的文献中,应用动态控制分配方法时,将权值矩阵对角线元素设置为最大限幅值倒数,并没有将飞轮故障的影响考虑在内。本文考虑飞轮故障,重新设计了对角权值矩阵的计算方法。

另外,无论何种执行机构,都存在由于物理限制存在输出力矩和转速的上限。在要求的力矩或转速超过上限时,执行机构就无法跟随控制命令,造成实际输出的力矩和要求之间存在误差,即执行机构发生了饱和。但一些文献在设计控制律时并没有考虑这一点。如文献[6]中,仅设计了控制器,对于工程实践中可能出现的执行机构饱和问题没

有加以考虑,缺乏实践指导意义。Kenneth 提出了解决这一问题的两种方法<sup>[7]</sup>。其中利用控制效率矩阵(安装矩阵)零空间特性的修正方法,可以使超出执行机构位置和速度限制的分配方案重新落入可行域内,且保证控制矢量方向不变。

卫星发射过程中,颠簸可能带来结构变形,现代快速响应卫星安装矩阵在发射前可能来不及校准,这些因素都会使卫星不可避免的存在执行机构安装偏差,往往会对控制精度有较大影响。所以高精度的姿态控制必须考虑执行机构存在安装偏差的问题<sup>[8-9]</sup>。

以上提及的卫星姿态控制中可能出现的问题,以往许多文献中一般只着眼于它们中的一部分,而忽略了其他部分,没有综合考虑。虽然设计的控制方法对其他未考虑的问题可能有一定的控制效果,但缺乏理论支撑和仿真验证。也有少量的文献将以上问题综合考虑<sup>[10]</sup>,但控制器设计过程复杂,不利于实际工程应用。

本文综合考虑不确定干扰、飞轮安装偏差、故障以及饱和,结合滑模控制和动态控制分配,利用零空间法处理飞轮的饱和问题。仿真结果证明,本文提出的控制方法对上述问题有良好的控制效果。

## 1 卫星姿态模型

### 1.1 卫星姿态方程

采用四元数描述的卫星姿态动力与运动学方程为:

$$\dot{e} = \frac{1}{2}(e^{\times} + e_0 I_3) w_e \quad (1)$$

$$\dot{e}_0 = -\frac{1}{2}e^T w_e \quad (2)$$

$$J \dot{w}_e + J \dot{w}_0 + w^{\times} J w = u + d \quad (3)$$

式中: $J \in \mathbf{R}^3$  为卫星惯量矩阵; $w_e$  表示本体系 B 相对于期望系 O 的误差角速度;有

$$w_e = w - w_0 = w - \bar{R} w_d \quad (4)$$

式中: $w = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T$  为卫星相对于惯性系  $\Gamma$  的角速度在本体系 B 中的投影; $w_d$  表示期望系 O 相对于  $\Gamma$  系的目标角速度; $\bar{R}$  为 O 系到 B 系的旋转矩阵。 $e$  是姿态误差四元数  $e_e = [e_0 \ e]^T$  的矢量部分。 $u \in \mathbf{R}^3$  为施加在卫星三轴上的控制力矩, $d$  为干扰力矩。 $I_3$  为三阶单位矩阵;上标  $\times$  表示向量的斜对称矩阵,对于  $x^{\times}$ ,定义如下:

$$\mathbf{x}^x = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

假设1. 干扰力矩  $\mathbf{d}$  有界, 即满足  $\|\mathbf{d}\| \leq \lambda$ 。其中:  $\|\cdot\|$  表示  $(\cdot)$  的 2-范数,  $\lambda > 0$  为正常数。

假设2. 角速度  $\mathbf{w}$  和姿态四元数  $\mathbf{q}_v$  均可通过直接测量或间接计算得到。

## 1.2 飞轮结构与故障分析

### 1.2.1 飞轮安装偏差分析

记执行机构的数量为  $m > 3$ , 执行机构产生的力矩向量为  $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_m]^T$ 。卫星的控制力矩  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_n]^T$  ( $n=3$ ), 由反作用飞轮通过安装矩阵  $\mathbf{D}$  提供:

$$\mathbf{u}_{n \times 1} = \mathbf{D}_{n \times m} \mathbf{v}_{m \times 1} \quad (6)$$

考虑航天器反作用飞轮存在安装偏差  $\Delta\mathbf{D}$ , 设标称部分为  $\mathbf{D}_0$ , 即有:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 + \Delta\mathbf{D} \quad (7)$$

假设3. 在工程实践中, 执行器安装偏差  $\Delta\mathbf{D}$  是有界的。因此可以假定存在一个常数  $0 < \delta < 1$ , 使得  $\|\Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1}\| \leq \delta$

### 1.2.2 飞轮故障分析

飞轮效率矩阵为  $\mathbf{F} = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_m)$ , 其中  $f_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ )  $\in [0, 1]$  表示每个飞轮的故障系数,  $f_i = 1$  表示飞轮正常,  $f_i \in (0, 1)$  表示飞轮效率降低,  $f_i = 0$  表示完全失效。记  $v_e$  为飞轮的输入指令。飞轮实际输出  $v$  的表达式如下:

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}v_e \quad (8)$$

假设4.  $\mathbf{F}$  已经准确检测或估计到, 其估计误差本文不做讨论。

### 1.2.3 飞轮饱和分析

定义飞轮在物理限制下可以输出控制力矩的范围为:  $v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$ , 速度的范围为:  $\eta_{\min} \leq \eta \leq \eta_{\max}$ 。设采样时间为  $T$ , 综上, 在某一时刻  $t$  飞轮输出力矩范围可表示为:

$$\Gamma = \{v \in \mathbf{R}^m \mid \underline{v}(t) \leq v(t) \leq \bar{v}(t)\} \quad (9)$$

式中: 上下限  $\underline{v}(t)$  和  $\bar{v}(t)$  表达式为:

$$\begin{cases} \underline{v}(t) = \max\{v_{\min}(t), v(t-T) + T\eta_{\min}\} \\ \bar{v}(t) = \min\{v_{\max}(t), v(t-T) + T\eta_{\max}\} \end{cases} \quad (10)$$

这使得位置和速率的双重约束转化为单位计算周期内的位置约束问题。

## 1.3 问题陈述

综上, 本文研究的问题可以描述为: 在卫星姿态控制过程中, 考虑存在不确定干扰以及飞轮安装

偏差的情况下, 当飞轮出现故障以及饱和时, 设计怎样的控制方案, 能使卫星姿态系统仍能稳定运行。

## 2 控制器设计与稳定性分析

首先考虑在卫星存在不确定干扰和飞轮安装偏差的情况下如何设计控制律  $\mathbf{u}$ , 使系统渐近稳定。

如果使用伪逆法将控制力矩分配到各个飞轮, 则:

$$\mathbf{v} = \mathbf{D}_0^+ \mathbf{u} = \mathbf{D}_0^T (\mathbf{D}_0 \mathbf{D}_0^T)^{-1} \mathbf{u} \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^3$  为控制模块计算得到的所需的控制力矩。将式(6)、(7)和(11)代入式(3)中可得:

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{w}}_e + \mathbf{J}\dot{\mathbf{w}}_0 + \mathbf{w}^x \mathbf{J}\mathbf{w} = \mathbf{u} + \Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (12)$$

设计滑模变量  $\mathbf{s} = \mathbf{w}_e + \beta\mathbf{e}$ , 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{\mathbf{s}} &= \mathbf{J}\dot{\mathbf{w}}_e + \beta\dot{\mathbf{J}}\mathbf{e} = -\dot{\mathbf{J}}\mathbf{w}_0 - \mathbf{w}^x \mathbf{J}\mathbf{w} + \mathbf{u} + \\ &\Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{d} + \frac{1}{2}\beta\mathbf{J}(\mathbf{e}^x + \mathbf{e}_0\mathbf{I}_3)\mathbf{w}_e \end{aligned} \quad (13)$$

定义

$$\mathbf{A} = -\dot{\mathbf{J}}\mathbf{w}_0 - \mathbf{w}^x \mathbf{J}\mathbf{w} + \frac{1}{2}\beta\mathbf{J}(\mathbf{e}^x + \mathbf{e}_0\mathbf{I}_3)\mathbf{w}_e \quad (14)$$

则

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{A} + \mathbf{u} + \Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (15)$$

设计 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}\mathbf{s}^T \mathbf{J}\mathbf{s} \quad (16)$$

则

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T \mathbf{J}\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T [\mathbf{A} + \mathbf{u} + \Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{d}] \quad (17)$$

设计控制律

$$\mathbf{u} = -\mathbf{A} - k\text{sgn}(\mathbf{s}) - k_s \mathbf{s} \quad (18)$$

式中:  $k, k_s$  为待确定的正常数。代入式(17)中:

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T [\Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{d} - k\text{sgn}(\mathbf{s}) - k_s \mathbf{s}] \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{s}^T k\text{sgn}(\mathbf{s}) = k \|\mathbf{s}\|$ , 代入式(19)可得

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T (\Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{d}) - k_s \mathbf{s}^T \mathbf{s} - k \|\mathbf{s}\| \quad (20)$$

由假设1和假设3可知

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_s \mathbf{s}^T \mathbf{s} - k \|\mathbf{s}\| + \mathbf{s}^T \Delta\mathbf{D}\mathbf{D}_0^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{s}^T \mathbf{d} \leq \\ &-k_s \mathbf{s}^T \mathbf{s} - k \|\mathbf{s}\| + \delta \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{s}\| + \lambda \|\mathbf{s}\| \end{aligned} \quad (21)$$

将控制律代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_s \mathbf{s}^T \mathbf{s} - k \|\mathbf{s}\| + \lambda \|\mathbf{s}\| + \delta \|\mathbf{s}\| - \mathbf{s}^T \\ &k\text{sgn}(\mathbf{s}) - k_s \mathbf{s} \|\mathbf{s}\| \leq -k_s \mathbf{s}^T \mathbf{s} - k \|\mathbf{s}\| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \lambda \|s\| + \delta \|A\| \|s\| + \delta k \|s\| + \\ & \delta k_s \|s\|^2 = -k_s(1-\delta)s^T s - \\ & [k(1-\delta) - \delta \|A\| - \lambda] \|s\| \quad (22) \end{aligned}$$

若选取参数  $k \geq \frac{1}{(1-\delta)}(\delta \|A\| + \lambda)$  则可得

$$\dot{V} \leq -k_s(1-\delta)s^T s \quad (23)$$

由假设条件 3 中  $0 < \delta < 1$  可知  $\dot{V} \leq 0$ 。因此滑模变量  $s$  渐近收敛到 0, 系统渐近稳定。

控制律中的  $k_s$  和滑模矢量参数  $\beta$  的取值如下:

$$k_s = 2\xi w_n \|J\|, \quad \frac{k_s \beta}{2} = w_n^2 \|J\| \quad (24)$$

式中:  $\xi$  取 1, 为阻尼比。  $\|J\|$  为转动惯量的矩阵二范数。  $w_n = \frac{8}{t_s}$  为固有频率。

$t_s$  为要求的响应时间, 根据控制任务需求选取。值得一提的是, 在滑模控制的实际应用中, 由于惯性、滞后等因素的存在, 会不可避免的产生抖振。使用边界层法, 即用饱和函数  $\text{sat}(s)$  代替符号函数 (开关函数)  $\text{sgn}(s)$ , 可以达到削弱抖振的目的, 并提高仿真速率。这里取饱和函数为:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} 1 & s > \frac{\pi}{\sqrt{2}}\varepsilon \\ \sin\left(\frac{s}{\sqrt{2}\varepsilon}\right) & |s| \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}}\varepsilon \\ -1 & s < -\frac{\pi}{\sqrt{2}}\varepsilon \end{cases} \quad (25)$$

并令  $\varepsilon = 0.001$ 。

### 3 动态控制分配策略

从前面的分析可知, 仅仅使用伪逆法进行力矩分配是无法应对飞轮故障的。所以这里使用动态控制分配处理飞轮故障。

#### 3.1 优化目标

动态控制分配问题本质上是一个优化问题, 求解它是一个数学规划问题。选择  $l_2$  范数作为优化目标:

$$\begin{aligned} v(t) = \operatorname{argmin}_{u(t) \in \Omega} \{ & \|W_1[v(t) - v_s(t)]\|_2^2 + \\ & \|W_2[v(t) - v(t-T)]\|_2^2 \} \quad (26) \end{aligned}$$

s. t.

$$\Omega = \operatorname{argmin}_{\underline{v}(t) \leq v(t) \leq \bar{v}(t)} \|D_0 v(t) - u(t)\| \quad (27)$$

式中:  $v(t) \in \mathbf{R}^m$  为所求的飞轮力矩指令,  $v_s(t) \in \mathbf{R}^m$  为期望的稳态飞轮力矩,  $v(t-T) \in \mathbf{R}^m$  是上一时刻

的飞轮力矩指令,  $W_1$  和  $W_2$  为对角权值矩阵;  $u(t) \in \mathbf{R}^n$  为虚拟控制力矩,  $D_0 \in \mathbf{R}^{n \times m}$  是安装矩阵的标称部分,  $\Omega$  表示飞轮控制力矩的可行域。

文献[11]中将  $W_1$  矩阵对角线元素设置为最大限幅值倒数, 但这种方法并没有将飞轮故障的影响考虑在内。事实上, 当星上故障检测系统已经发现某飞轮存在故障, 则应增大  $W_1$  对应的对角线值, 使分配时尽量减少使用该飞轮。根据这两个方面的要求, 本文将文献中的方法加以改进, 将  $W_1$  对角线元素设置为:

$$W_{1i} = \frac{1}{V_{\max i}} - 10 \cdot (1-f_i), (i = 1, \dots, m) \quad (28)$$

#### 3.2 求解

在不考虑饱和影响的情况下, 优化问题变为:

$$\begin{aligned} \min_{v(t)} \{ & \|W_1[v(t) - v_s(t)]\|_2^2 + \\ & \|W_2[v(t) - v(t-T)]\|_2^2 \} \quad (29) \\ \text{s. t.} & \end{aligned}$$

$$D_0 v(t) = u(t) \quad (30)$$

根据文献[12], 可得优化问题的解为:

$$v(t) = E v_s(t) + F v(t-T) + G u(t) \quad (31)$$

$$\begin{cases} E = (I - GD)W^{-2}W_1^2, G = W^{-1}(DW^{-1})^T \\ F = (I - GD)W^{-2}W_2^2, W = [W_1^2 + W_2^2]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (32)$$

### 4 零空间法

采用零空间法处理飞轮饱和。

安装矩阵  $D \in \mathbf{R}^{n \times m}$ , 存在一组  $m-n$  个  $m$  维正交向量, 它们构成了  $\mathbf{R}^m$  上  $D$  的零空间的一组基。将这组向量组成的矩阵记为  $N \in \mathbf{R}^{m \times (m-n)}$ , 即满足  $DN = 0$ , 则  $DNx = 0, \forall x \in \mathbf{R}^{m-n}$ , 记  $v_m = Nx$ 。向量  $v_p$  满足  $Dv_p = u$ , 则向量  $v = v_p + v_m$  有下式成立:

$$\begin{aligned} u = Dv = D(v_p + v_m) = Dv_p + DNx + \\ Dv_p + 0 \cdot x = Dv_p = u \quad (33) \end{aligned}$$

式(33)说明若初始解  $v_p$  加上一个由  $D$  的零空间基组成的向量  $v_m$ , 等式仍成立。所以, 基于零空间控制分配方法就应用了这一思路: 给定了初始解  $v_p$ , 满足  $Dv_p = u$ , 在  $v_p \notin \Omega$  时, 寻找  $x$ , 使得  $v = v_p + v_m = v_p + Nx \in \Omega$  成立。

若经过计算后得到的  $v$  满足了所有分量未超出约束范围, 则将修正结果输出到执行机构, 若还存在超出约束范围的分量, 则重复以上的修正过程。值得注意的是, 以上方法存在多次迭代仍不能使所

有分量都落入约束范围内的情况,这时需要设定一个最大迭代次数,若仍有超出约束范围的分量,就将其置于极限值后停止修正,这时输出的执行机构命令虽然无法合成要求的控制量,但避免了多次迭代浪费宝贵的控制时间。

## 5 仿真校验

### 5.1 仿真实验

设卫星的转动惯量矩阵:

$$J_0 = \text{diag}(6.292, 9.650, 5.477) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (34)$$

设系统初始姿态角为  $\theta_0 = [10 \ 10 \ 10]^\circ$  或  $\theta_0 = [45 \ 45 \ 45]^\circ$  两种值。

系统初始角速度为  $w_0 = [0 \ 0 \ 0] \text{ rad/s}$ ;期望的姿态角为  $\theta_d = [0 \ 0 \ 0]^\circ$ ;设卫星轨道高度为 300km,期望角速度为  $w_d = [0 \ \frac{-2\pi}{5431.184} \ 0] \text{ rad/s}$ 。

考虑 4 个反作用飞轮按照  $\alpha_i = 35.25^\circ, \beta_i = 45^\circ$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 的标称安装角安装于卫星上。则由文献[13]可知

$$D_0 = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \quad (35)$$

外干扰在三个通道上均设置为:

$$u_f = 0.0005 \sin(0.1t) \text{ N} \cdot \text{m}$$

存在安装偏差角  $\Delta\alpha_i, \Delta\beta_i$ 。仿真中  $\Delta\alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 在  $[-4.5^\circ \ 4.5^\circ]$  之间随机选择,  $\Delta\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 在  $[-5.5^\circ \ 5.5^\circ]$  之间随机选择。

仿真中的飞轮故障设置为某飞轮完全失效,其他飞轮能正常运转,既在仿真中对应的飞轮效率矩阵的对角线元素为 0。设置飞轮最大位置限制为  $\pm 0.25 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,转速最大限制为  $0.03 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ 。取  $t_s = 60 \text{ s}$ 。设计以下 3 种条件:

仿真 1:初始姿态角  $[10^\circ \ 10^\circ \ 10^\circ]$ ,未发生饱和,3 号飞轮完全失效。仿真结果如图 1 ~ 2 所示。

仿真 2:初始姿态角  $[45^\circ \ 45^\circ \ 45^\circ]$ ,发生了饱和,飞轮正常。仿真结果如图 3 所示。

仿真 3:初始姿态角  $[45^\circ \ 45^\circ \ 45^\circ]$ ,发生了饱和,且 2 号飞轮完全失效。仿真结果如图 4 所示。

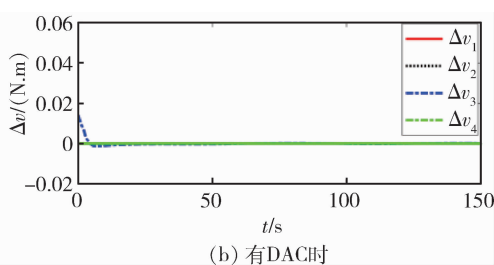
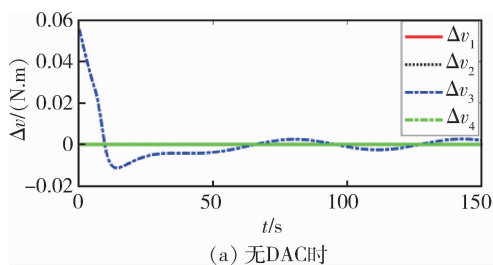


图 1 飞轮指令与实际产生的力矩差

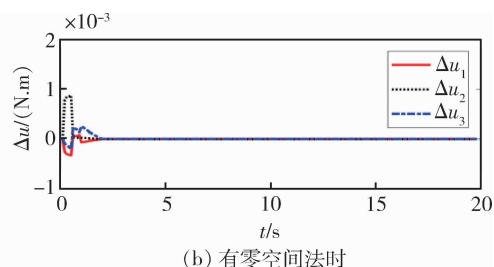
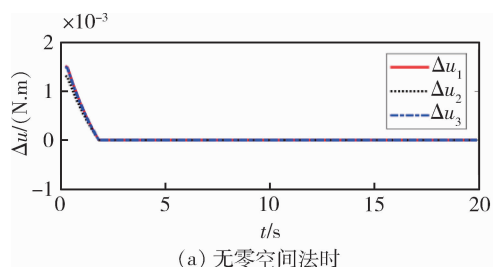


图 2 虚拟力矩与实际输出力矩差

### 5.2 结果分析

通过对比仿真 1 中的两组实验结果,发现在同样的控制目标下,相对于无 DAC 时,有 DAC 时飞轮更好地跟踪了力矩指令,且稳态不存在波动。这是由于无 DAC 时,违逆法仍然将控制力矩按照安装矩

阵的伪逆分配给 3 号飞轮较大的力矩,但此飞轮无法响应,导致其输出和指令之间的差  $\Delta v$  很大,相应的会造成较大的  $\Delta u$ 。有 DAC 时,失效飞轮对应的  $W_1$  矩阵对角线元素增大,抑制了向 3 号飞轮分配较大的力矩,所以,使  $\Delta v$  减小,降低了分配误差。

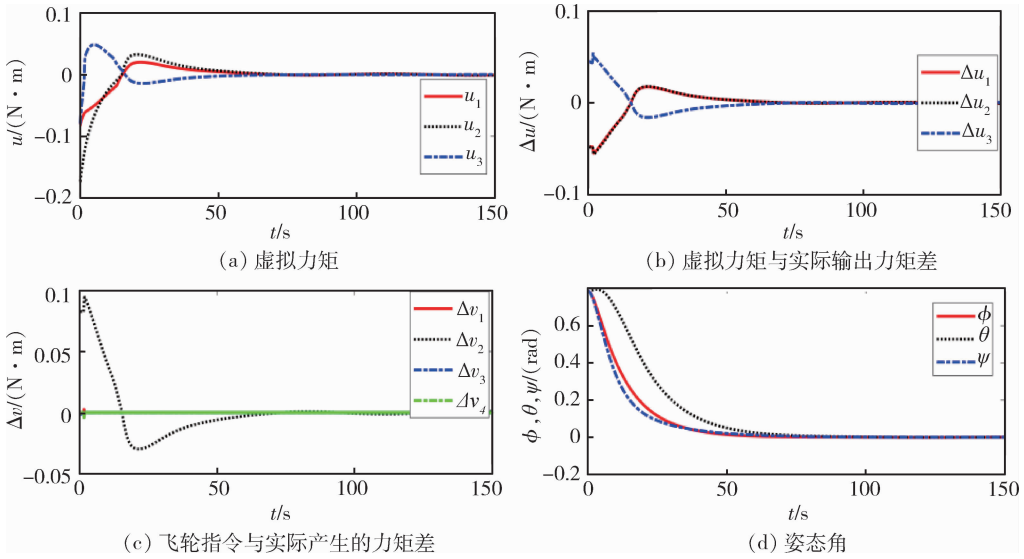


图 3 无 DAC,无零空间法仿真结果

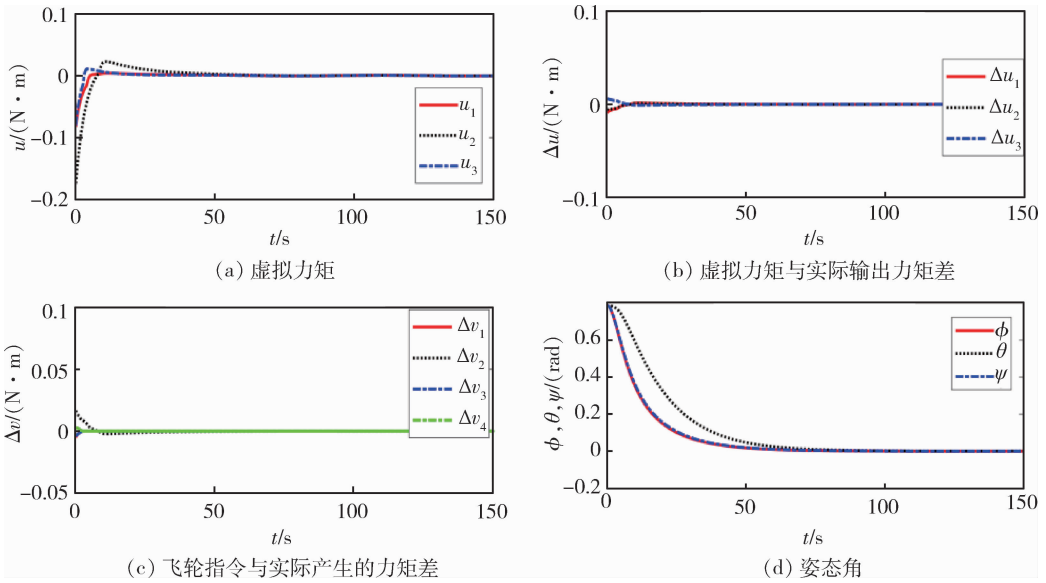


图 4 有 DAC,有零空间法仿真结果

通过对比仿真 2 中的两组实验结果,发现有零空间法时,  $\Delta u$  三个分量的绝对值都有所减低,证明了零空间法对饱和影响的抑制作用。这是由于发生饱和时,无零空间法时,超出飞轮限制的力矩会被直接置于饱和值,不做其他处理,造成合成的力矩存在误差;有零空间法时,首先将超出限制的分量置于饱和值,再根据算法计算剩余的分量,循环一定次数,输出调整后的值。相当于将饱和的分量超限部分让剩余未饱和的分量分担,从而降低了控制误差。

在仿真 3 中,在干扰、偏差、失效、饱和共同存在时,设计的控制方法仍能有良好的稳态性能,说

明了设计的控制律的有效性;对比图 3 和图 4 两组实验结果,发现当失效和饱和同时存在时,在 DAC 和零空间的共同作用下,  $\Delta v$  和  $\Delta u$  都明显降低,使得控制过程得到了改善。所以本文设计的控制方法不仅能使系统最终趋于稳定,还能改善系统的控制过程,有效应对本文中的姿态控制问题。

## 6 结论

研究了不确定干扰、飞轮安装偏差、故障、饱和同时存在时的卫星姿态控制问题。首先针对卫星姿态在不确定干扰和飞轮存在安装偏差时设计滑

模控制律,并验证了其稳定性;而后分别应用动态控制分配和零空间法处理飞轮故障和饱和。最后设计对比仿真,仿真结果与预期一致,证明了设计的控制方法对本文中的姿态控制问题的有效性。并且在降低稳态和动态误差方面都取得了一定的效果。本文设计的控制方法避免了复杂的控制器设计过程,适应性更广,更易于工程应用。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] 郭颖萌. 基于实时控制分配策略的航天器姿态跟踪[J]. 计算技术与自动化, 2018, 37(2): 6-11 + 54. (Guo Haomeng. Spacecraft attitude tracking based on real time control allocation strategy [J]. Computing Technology and Automation, 2018, 37(2): 6-11 + 54.)
- [ 2 ] Durham, Wayne C. Constrained control allocation: Three moment problem [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1994, 17(2): 330-336.
- [ 3 ] 董哲, 刘凯, 李旦伟, 等. 考虑动态控制分配的空天飞行器再入姿态复合控制设计[J]. 宇航学报, 2021, 42(6): 749-756. (Dong Zhe, Liu Kai, Li Danwei, et al. A Dynamic control allocation approach for reentry compound attitude control design of aerospace vehicle [J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(6): 749-756.)
- [ 4 ] 张世杰, 段晨阳, 赵亚飞. 考虑负载均衡的过驱动航天器推力器分配方法[J]. 宇航学报, 2015, 36(7): 826-832. (Zhang Shijie, Duan Chenyang, Zhao Yafei. Thruster allocation for overactuated spacecraft with load balancing [J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(7): 826-832.)
- [ 5 ] 王晓霞, 刘春生, 姚焱. 基于粒子群优化的多操纵面飞行器的重构控制[J]. 电光与控制, 2014, 21(5): 68-72. (Wang Xiaoxia, Liu Chunsheng, Yao Xi. Reconfigurable control based on PSO for multi-effector aircraft [J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(5): 68-72.)
- [ 6 ] 谢方圆, 张爱民. 基于干扰观测器的受扰卫星姿态控制器设计与优化[J]. 航天控制, 2019, 181(5): 31-39. (Xie Fangyuan, Zhang Aimin. Design and optimization of attitude controller for disturbed satellite based on disturbance observer [J]. Aerospace Control, 2019, 181(5): 31-39.)
- [ 7 ] Kenneth A. Null-space augmented solutions to constrained control allocation problems [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 1955: 328-333.
- [ 8 ] 李冬柏, 解延浩, 吴宝林. 考虑执行器安装偏差的航天器姿态跟踪控制[J]. 宇航学报, 2017, 38(6): 598-604. (Li Dongbai, Xie Yanhao, Wu Baolin. Robust spacecraft attitude tracking control with actuator misalignment [J]. Journal of Astronautics, 2017, 38(6): 598-604.)
- [ 9 ] 宋斌, 颜根廷, 郑鹏飞. 考虑输入饱和与执行器安装偏差的航天器姿态跟踪控制[J]. 上海航天, 2015, 32(3): 1-6 + 67. (Song Bin, Yan Genting, Zheng Pengfei. Spacecraft attitude control under simultaneous input saturation and actuator misalignment [J]. Aerospace Shanghai, 2015, 32(3): 1-6 + 67.)
- [ 10 ] 于彦波, 胡庆雷, 董宏洋, 等. 执行器故障与饱和受限的航天器滑模容错控制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(4): 26-31. (Yu Yanbo, Hu Qinglei, Dong Hongyang, et al. Sliding mode fault tolerant control for spacecraft under actuator fault and saturation [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(4): 26-31.)
- [ 11 ] 章鸿翔, 薛雅丽, 王佳辉. 推力矢量飞行器动态控制分配方法研究[J]. 电光与控制, 2016, 23(12): 71-76.
- [ 12 ] Harkegard Ola. Dynamic control allocation using constrained quadratic programming [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2004, 27(6): 1028-1034.
- [ 13 ] 张爱华, 胡庆雷, 霍星. 飞轮安装偏差的过驱动航天器有限时间姿态控制[J]. 控制与决策, 2014, 29(1): 27-32. (Zhang Aihua, Hu Qinglei, Huo Xing. Finite time attitude control for over-activated spacecraft with reaction wheel misalignment [J]. Control and Decision, 2014, 29(1): 27-32.)