

<http://htkz.cn>

引用格式:李超然,李超兵,程晓明,等. 航天运输飞行器在线可达域定制化计算方法[J]. 航天控制, 2025, 43(3): 1-8. (LI Chaoran, LI Chaobing, CHENG Xiaoming, et al. Customized calculation method for online reachable domain of spacecraft [J]. Aerospace Control, 2025, 43(3): 1-8.)

## 航天运输飞行器在线可达域定制化计算方法

李超然<sup>1</sup>, 李超兵<sup>2,3</sup>, 程晓明<sup>1</sup>, 杨文良<sup>1</sup>, 禹春梅<sup>1</sup>

1. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854

2. 北京大学, 北京 100871

3. 中国航天科技集团有限公司, 北京 100076

**摘 要** 针对航班化航天运输飞行器的飞行能力在线评估问题, 提出一种在线可达域定制化计算方法。首先, 在给定约束和初始条件下, 设计了围绕当前轨道平面形成的可达轨道包络计算方案; 其次, 设计了异构加速的定制化方法与硬件产品模块, 可快速实现可达轨道包络的在线计算, 并能够对特定轨道进行燃料最优的规划制导; 最后, 从可达域计算分析与规划制导等方面对该方法进行验证, 结果表明算法收敛性好、可快速计算可达域包络且控制量能够平稳适应轨道参数的变化。

**关键词** 航班化; 航天运输; 可达域; 定制化计算

中图分类号: V448.1

文献标识码: A

文章编号: 1006-3242(2025)03-0001-08

### Customized calculation method for online reachable domain of spacecraft

LI Chaoran<sup>1</sup>, LI Chaobing<sup>2,3</sup>, CHENG Xiaoming<sup>1</sup>, YANG Wenliang<sup>1</sup>, YU Chunmei<sup>1</sup>

1. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China

2. Peking University, Beijing 100871, China

3. China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100076, China

**Abstract** Regarding the online evaluation of the flight capability of aerospace transportation spacecraft, a customized online reachable domain calculation method is proposed. Firstly, a reachable orbit envelope calculation scheme is designed around the current orbit plane under given constraints and initial conditions. Secondly, customized methods and hardware product modules for heterogeneous acceleration are designed, which can quickly achieve online calculation of reachable orbit envelopes and provide fuel optimization planning guidance for specific orbits. Finally, the proposed customized calculation method for reachable domain is validated from the aspects of reachable domain calculation analysis and planning guidance. The results show that the proposed algorithm has good convergence, can quickly calculate the reachable domain envelope and the control variables can smoothly adapt to changes in orbital parameters.

资助项目: 国家自然科学基金(92371207)

收稿日期: 2025-03-18

作者简介: 李超然(1999-), 女, 硕士, 工程师, 主要研究方向为运载火箭制导; 李超兵(1981-), 男, 研究员, 主要研究方向为飞行器制导与控制技术, 本文通信作者。

**Key words** Space transportation; Spacecraft; Reachable domain; Customized computation

## 0 引 言

随着卫星星座的大规模建设和深空探测的持续推进,运载火箭发射频次迅速上涨,在轨航天器持续增多。截至2024年10月22日,共有13538个在轨航天器,其中有5653个不受控的废弃航天器<sup>[1]</sup>,给高效进出及利用空间带来巨大的安全隐患。根据飞行器当前飞行能力确定其可达域,调整运行轨道、规划飞行轨迹并规避空间残骸威胁成为亟需解决的问题。

可达域定义为:在给约束和初始条件下,飞行器可到达的目标轨道集合。当前关于轨道可达域的研究区分为脉冲推力和连续推力两类场景。在脉冲推力场景下,贺波勇<sup>[2]</sup>针对载人飞船绕月自由返回轨道月面可达域较小的问题,提出混合轨道单脉冲和椭圆轨道三脉冲可达域扩展变轨轨道求解策略;杜向南等<sup>[3]</sup>通过将可达域求解问题转化为可达位置矢量方向的单变量极值求解问题,以提升计算精度;金紫涵等<sup>[4]</sup>将卫星解体瞬间产生的能量对解体碎片的作用等价于脉冲,基于摄动轨道可达域对卫星解体碎片云进行建模;李靖林等<sup>[5]</sup>利用CW方程解析推导了航天器的相对可达域表达式;在连续推力场景下,Pang等<sup>[6]</sup>将空间划分为网格,并使用序列凸优化方法对可达域进行了求解;Lin等<sup>[7]</sup>分别基于拉格朗日乘子法和混合整数线性规划求解了能量受限和燃料受限场景的可达域;低连续推力系统的可达域也被广泛研究<sup>[8]</sup>。在威胁规避的目标轨道确定后,飞行器需进行轨道机动。然而,目前针对连续推力轨道机动问题的研究多局限于面内机动<sup>[9]</sup>。

在线制导控制是保证飞行器安全的有效途径。凸优化方法具有良好的收敛特性,可在多项式时间内求解,并广泛应用于火箭入轨、飞行器再入和交会对接等问题<sup>[10]</sup>。针对火箭上升段的轨迹规划和剩余能力评估,程晓明等<sup>[11]</sup>通过序列补偿的方式,解决气动模型复杂影响规划收敛性的问题,并在问题中增加柯西约束,进一步保证收敛性;Miao等<sup>[12]</sup>将最优控制问题转化为二阶锥规划问题,引入虚拟控制量补偿加速度,解决多级火箭轨迹重规划问题;胡海峰等<sup>[13]</sup>在火箭非致命故障下,分别以圆轨

道半径和椭圆轨道半长轴为优化目标,进行了制导重构策略的仿真分析;王聪等<sup>[14]</sup>提出基于地心角估计和运载能力状态触发的初始猜想生成方法,以提升凸优化求解收敛性;Ma等<sup>[15]</sup>提出一种松弛惩罚变换方法,以提升算法可靠性。

凸优化求解软件可对计算过程加速<sup>[16]</sup>,然而,强辐射环境限制了先进计算技术的应用。同时,在可达域及规划制导计算外,计算机需要处理大量其他任务,空间高动态环境对算法实时性也提出了高要求。在用算法定制化提升计算实时性上,宋征宇等<sup>[17]</sup>分别处理进入圆目标轨道和椭圆目标轨道的情况,结合入轨点地心角估计、凸优化及自适应配点法进行序贯求解,缩小最优解的搜寻空间,提升计算实时性;Ma等<sup>[18]</sup>提出将原始凸优化问题转化到缩减问题空间,以减小问题求解规模;Zhao等<sup>[19]</sup>引入样条曲线减少优化变量和约束个数,并将此方法与同伦法融合提升灵活性。

目前关于连续推力飞行器的可达域及其轨道机动研究存在两点不足:1)工程中具备强机动能力的航天运输飞行器推力大小多为恒定,而目前关于连续推力的轨道研究多局限于面内机动,迭代制导等闭环制导方法可使飞行器在小偏差时进入目标轨道,却不适用于目标轨道不可达的情况;2)可达域求解及轨道机动规划制导计算本质上均属于最优控制问题,分别研究两类问题导致方法各异,不利于工程实现。

为解决以上不足,本文提出一种航天运输飞行器在线可达域定制化计算方法,将可达域计算转化为不同轨道面上的最大半长轴求解,将面外轨道机动转化为最优燃料求解,由此,可达域计算和规划制导均为单变量极值求解问题。针对飞行器可达域计算及规划制导两类场景进行了仿真验证。

## 1 航天运输飞行器可达域分析

### 1.1 可达域判据

可达域是围绕当前轨道平面形成的可达轨道包络。当空间残骸来袭时,考虑飞行器剩余飞行能力,将空间环境按轨道要素划分为网格,若网格边界轨道可达,则网格内部各轨道均在可达域内。按飞行器飞行剖面需求,可达轨道计算任务可建模为

定近地点高度椭圆轨道最大半长轴评估问题。定义轨道倾角和升交点赤经为面外遍历参数,近地点高度为面内遍历参数,当遍历参数固定后,求解出飞行器可达的最大半长轴轨道,则远地点高度低于此轨道时均属可达域。此时,可达域求解问题转化为按网格宽度遍历轨道倾角、升交点赤经和近地点高度时的椭圆轨道最大半长轴评估问题。

## 1.2 可达域求解问题描述

### 1.2.1 动力学方程

在地心惯性系下,建立动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{g} + (F/m)\mathbf{u} \\ \dot{m} = -R \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$  表示位置, $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^T$  为速度, $\mathbf{g} = [g_x, g_y, g_z]^T$  为重力加速度, $F$  为飞行器推力, $m$  为飞行器质量,控制量 $\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$  为推力方向, $R$  为飞行器秒耗量。定义状态量 $\mathbf{x} = [\mathbf{r}^T, \mathbf{v}^T, m]^T$ ,则动力学方程可改写为

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2)$$

### 1.2.2 控制约束与状态约束

假设飞行器推力大小不变,方向可调。根据推力分解原则,推力方向应满足

$$\|\mathbf{u}\|_2 = 1 \quad (3)$$

把飞行器的当前状态 $\mathbf{x}_0$ 作为初始端点约束:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (4)$$

设飞行器不加载燃料情况下的质量为 $m_f$ ,飞行器规划轨迹终端时间为 $t_f$ ,终端质量 $m(t_f)$ 应满足可用燃料约束:

$$m(t_f) \geq m_f \quad (5)$$

设置终端轨道面动量矩约束,用于约束轨道面方向:

$$\mathbf{H}[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)] - S_H \mathbf{H}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] = 0 \quad (6)$$

设置终端轨道面拉普拉斯约束,用于约束轨道指向:

$$\mathbf{L}[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)] - S_L \mathbf{L}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] = 0 \quad (7)$$

式中: $\mathbf{r}(t_f) = [x(t_f), y(t_f), z(t_f)]^T$  表示终端位置, $\mathbf{v}(t_f) = [v_x(t_f), v_y(t_f), v_z(t_f)]^T$  为终端速度, $\mathbf{H} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ , 为动量矩约束, $\mathbf{L} = \mathbf{v} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) - \mu \mathbf{r} / \|\mathbf{r}\|_2$ , 为拉普拉斯约束, $\mu$  为地球引力常数, $\mathbf{r}_f = [x_f, y_f, z_f]^T$  和 $\mathbf{v}_f = [v_{x_f}, v_{y_f}, v_{z_f}]^T$  分别为目标轨道入轨速度位置的初始猜想, $S_H$  为动量矩系数,表征终端轨道能量, $S_L$  为拉普拉斯系数,表征终端轨道偏心率。

### 1.2.3 特定约束与性能指标

针对近地点高度固定、剩余燃料固定(即飞行时间固定)下的最大半长轴椭圆轨道评估问题,增加近地点高度等式约束, $S_H$ 和 $S_L$ 可设置为如下约束:

$$\begin{cases} S_H \geq 0, T = T^{(k)} \\ S_L \geq 0, r_p = r_{p,f} \end{cases} \quad (8)$$

飞行器的可达域能力评估问题可以建模为在上述不同约束条件下最大化轨道半长轴,性能指标设置为终端轨道能量:

$$\max J = S_H \quad (9)$$

最大半长轴椭圆轨道评估问题可建模为

$$\begin{cases} \max J = S_H \\ \text{s.t.} \\ \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \|\mathbf{u}\|_2 = 1, m(t_f) \geq m_f \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{H}[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)] - S_H \mathbf{H}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] = 0 \\ \mathbf{L}[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)] - S_L \mathbf{L}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] = 0 \\ S_H \geq 0, T = T^{(k)}, S_L \geq 0, r_p = r_{p,f} \end{cases} \quad (10)$$

### 1.3 可达域内的规划制导算法

针对可达域中任意的一条目标轨道的最省燃料的规划制导问题,即最短飞行时间入轨问题,本节在可达域求解问题中的飞行器动力学方程、控制约束与状态约束基础上,针对最短飞行时间入轨问题,目标轨道固定,则轨道能量、偏心率不变,需对 $S_H$ 和 $S_L$ 施加约束:

$$S_H = 1, S_L = 1 \quad (11)$$

最短飞行时间入轨问题的性能指标为终端质量:

$$\max J = m(t_f) \quad (12)$$

可建模为

$$\begin{cases} \max J = m(t_f) \\ \text{s.t.} \\ \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \|\mathbf{u}\|_2 = 1, m(t_f) \geq m_f \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{H}[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)] - S_H \mathbf{H}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] = 0 \\ \mathbf{L}[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)] - S_L \mathbf{L}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] = 0 \\ S_H = 1, S_L = 1 \end{cases} \quad (13)$$

## 2 异构加速定制化计算方法

式(10)和(13)中的动力学方程和其他约束条

件不完全是线性的或凸的,需要采用线性化、凸化等方法将其转化为离散的凸问题,方便应用凸优化方法求解原轨迹规划问题。

## 2.1 动力学约束与终端约束转化

给定参考轨迹 $[\mathbf{x}^{(k)\text{T}}, \mathbf{u}^{(k)\text{T}}]^\text{T}$ ,将式(2)中的动力学方程关于参考轨迹一阶泰勒展开为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}^{(k)} + \mathbf{f}_x^{(k)} \mathbf{x} + \mathbf{f}_u^{(k)} \mathbf{u} \quad (14)$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{f}_x^{(k)} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{u}=\mathbf{u}^{(k)}} \\ \mathbf{f}_u^{(k)} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{u}=\mathbf{u}^{(k)}} \\ \mathbf{f}^k = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{u}^{(k)}) - \mathbf{f}_x^{(k)} \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{f}_u^{(k)} \mathbf{u}^{(k)} \end{cases} \quad (15)$$

在迭代过程中,利用前一次迭代得到的终端条件,将终端动量矩约束、拉普拉斯约束转化为凸约束:

$$\mathbf{H}^{(k)} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}^{(k)}} \mathbf{r}(t_f) + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{\mathbf{v}=\mathbf{v}^{(k)}} \mathbf{v}(t_f) = S_H \mathbf{H}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] \quad (16)$$

$$\mathbf{L}^{(k)} + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}^{(k)}} \mathbf{r}(t_f) + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{\mathbf{v}=\mathbf{v}^{(k)}} \mathbf{v}(t_f) = S_L \mathbf{L}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] \quad (17)$$

## 2.2 信赖域约束

为保证线性化的有效性,引入信赖域约束:

$$|T - T^{(k)}| \leq T^{(k)} \quad (18)$$

式中: $T$ 为优化得到的飞行时间, $T^{(k)}$ 为初始设置的飞行时间或上次迭代得到的飞行时间结果。

经过以上凸化与线性化处理,式(10)的优化问题转化为式(19),式(11)的优化问题转化为式(20),成为具有线性目标函数、二阶锥或线性约束的优化问题。

$$\begin{cases} \max J = S_H \\ \text{s.t.} \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}^{(k)} + \mathbf{f}_x^{(k)} \mathbf{x} + \mathbf{f}_u^{(k)} \mathbf{u} \\ \|\mathbf{u}\|_2 \leq 1, \quad m(t_f) \geq m_f \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{H}^{(k)} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}^{(k)}} \mathbf{r}(t_f) + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{\mathbf{v}=\mathbf{v}^{(k)}} \mathbf{v}(t_f) = S_H \mathbf{H}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] \\ \mathbf{L}^{(k)} + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}^{(k)}} \mathbf{r}(t_f) + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{\mathbf{v}=\mathbf{v}^{(k)}} \mathbf{v}(t_f) = S_L \mathbf{L}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] \\ T - T^{(k)} = 0, \quad S_H \geq 0 \\ S_L \geq 0 \\ r_p - r_{p,f} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \max J = m(t_f) \\ \text{s.t.} \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}^{(k)} + \mathbf{f}_x^{(k)} \mathbf{x} + \mathbf{f}_u^{(k)} \mathbf{u} \\ \|\mathbf{u}\|_2 \leq 1, \quad m(t_f) \geq m_f \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{H}^{(k)} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}^{(k)}} \mathbf{r}(t_f) + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{\mathbf{v}=\mathbf{v}^{(k)}} \mathbf{v}(t_f) = S_H \mathbf{H}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] \\ \mathbf{L}^{(k)} + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}^{(k)}} \mathbf{r}(t_f) + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{\mathbf{v}=\mathbf{v}^{(k)}} \mathbf{v}(t_f) = S_L \mathbf{L}[\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f] \\ S_H - 1 = 0, \quad S_L - 1 = 0 \end{cases} \quad (20)$$

应用 $N$ 个离散点的高斯伪谱法,对凸最优控制问题式(19)与(20)进行离散。把约束限制在各离散点上,将无限维的连续凸最优控制问题转化为有限维的二阶锥规划问题,从而可以使用凸优化求解方法实时求解。

可达域分析问题遍历轨道倾角、升交点赤经和近地点高度求解式(19)后,即可得出可达目标轨道集合;对最省燃料的轨道机动问题,需根据规划制导结果反算俯仰和偏航程序角,作为机动过程控制量。总结轨道机动过程规划制导算法,控制量计算流程见算法1。

### 算法1. 控制量在线计算算法:

1)给出飞行器当前状态和终端状态的初始猜想,用于计算初始参考轨迹,记为 $[\mathbf{x}^{(k)\text{T}}, \mathbf{u}^{(k)\text{T}}]^\text{T}$ ;

2)根据初始参考轨迹,基于离散化后的动力学方程和约束条件,求解式(20)中的凸优化问题,求解结果更新为 $[\mathbf{x}^{(k+1)\text{T}}, \mathbf{u}^{(k+1)\text{T}}]^\text{T}$ ;

3)判断 $[\mathbf{x}^{(k+1)\text{T}}, \mathbf{u}^{(k+1)\text{T}}]^\text{T}$ 和 $[\mathbf{x}^{(k)\text{T}}, \mathbf{u}^{(k)\text{T}}]^\text{T}$ 中对应状态的差是否满足收敛条件,若满足则停止迭代,否则,令返回第二步;

4)式(20)的解为 $\mathbf{x}^{(k)}$ 和 $\mathbf{u}^{(k)}$ ,原始控制量需反解为俯仰和偏航程序角,在第 $i$ 个离散点:

$$\begin{cases} \varphi_i = \arctan(u_{i,y}, u_{i,x}) \\ \psi_i = -\arcsin(u_{i,z}) \end{cases} \quad (21)$$

## 2.3 异构加速计算方法

异构加速计算平台,是为实现可达域快速计算定制化设计的硬件产品模块,图1为平台架构图。平台模块按支持云化及异构设计原则,采用多元异构架构,由FPGA小系统、处理器小系统、弹测电路、接口电路、通信电路和供电电路组成。该设计可支持不同的计算单元,同时也可以互为主从,进行异构协同计算。

采用的芯片集成四核处理系统PS(Processing

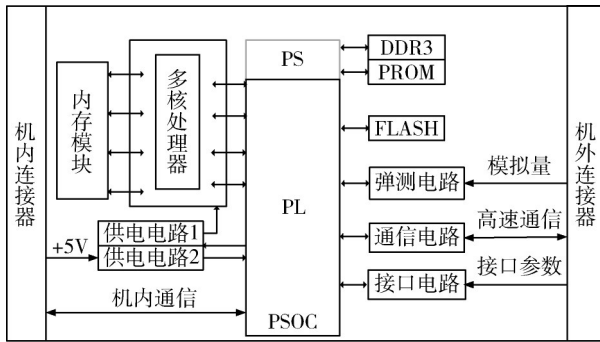


图 1 软硬件协同加速平台

system) 和可编程逻辑 PL (Programmable logic), 用于进行可达域快速计算的异构加速, 图 2 为硬件并行计算架构框图。在加速设计过程中, 对 PS 端和 PL 端进行功能划分, PS 端主要完成整个优化算法的调度工作, 控制 FPGA 的 PL 端启动并行运算和获取 PL 端运算结果, 包括外层循环的生成问题矩阵和初值计算流程、内层循环的计算统计数据及锥乘, 同时完成一些零散的单次性运算。PL 端主要负责优化算法中相关并行度较高的运算流程, 包括更新求解矩阵及其分解、计算线性方程组、计算仿射搜索方向及开展锥运算等的主要运算部分。PL 端流程涉及大量的浮点乘、除、加(减)运算操作。矩阵更新、矩阵缩放、矩阵分解、锥运算、线性方程组求解和线性搜索几个模块分时占用浮点运算 IP 和存储空间。其中存储空间提供相应模块运算所需要的数据输入和计算结果的存储, 运算控制模块负责上述并行模块的调度工作。

在 PL 与 PS 的通信方式上, PL 端通过中断方式通知 PS 端当前工作状态, PS 端通过响应中断和查询 PL 数据有效标志位寄存器进行相应数据流和寄存器的读取、写入工作, 完成相应操作。

采用处理器(PS)+FPGA(PL)异构部署的方式, 完成了在线轨迹规划算法部署。在满足算法精度要求的前提下, 大大提升了算法部署性能, 随着 FPGA 资源增加, 算法 IP 中并行路数仍有进一步提升, 具备提高算法性能的潜力空间。

### 3 数值仿真与分析

本节从可达域计算方法和规划制导仿真两方面, 对所提出的航天运输飞行器在线可达域定制化计算方法进行验证, 根据可达域范围和控制量状态量计算结果, 验证该算法的有效性。

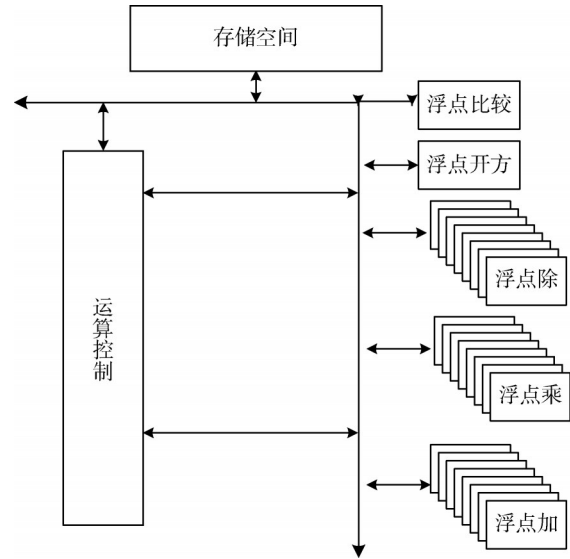


图 2 硬件并行计算架构框图

#### 3.1 可达域分析

可达域分析仿真采用的飞行器模型以及基本任务参数设置如表 1 所示。根据飞行器飞行能力, 估计其轨道倾角变化范围为  $[16.30^\circ, 40.30^\circ]$ , 升交点赤经变化范围为  $[318.25^\circ, 350.25^\circ]$ , 近地点高度相对地表高度变化范围为  $[100 \text{ km}, 500 \text{ km}]$ 。按轨道倾角、升交点赤经幅值  $1^\circ$  及近地点高度变化幅值  $10 \text{ km}$  进行遍历计算。

表 1 飞行器模型与任务参数设置

参数类型	参数	数值
模型参数	初始质量/kg	160000
	推力/N	270000
	秒耗量/kg	60
	飞行时间/s	1200
任务参数	初始位置/m	$(3.04 \times 10^6, 5.83 \times 10^6, 1.61 \times 10^5)$
	初始速度/( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$(6.68 \times 10^3, -3.60 \times 10^3, 6.07 \times 10^2)$
	轨道倾角/ $^\circ$	$[16.30, 40.30]$
	升交点赤经/ $^\circ$	$[318.25, 350.25]$
	目标轨道近地点高度/m	$[6478137, 6878137]$

在本文仿真参数设置下, 所得飞行器可达域仿真结果如图 3 所示, 环绕地球的轨道区域为飞行器机动可达域。图 4 进一步给出了可达区域在赤道平面上的投影。表 2 为可达域的面外参数包络, 相对于飞行器当前轨道的轨道倾角和升交点赤经, 这两个面外参数在可达轨道上的最大变化范围分别为  $[-11.87^\circ, 11.13^\circ]$  和  $[-17.09^\circ, 13.91^\circ]$ 。飞行能力固定情况下, 飞行器变升交点赤经的能力大于变轨道倾角的能力。轨道倾角正负方向的最大允许变化量较为对称, 说明飞行器当前状态对变轨道倾角

能力的影响较小;飞行器当前飞行方向为减少升交点赤经的方向,导致升交点赤经最大允许变化量在负方向上大于正方向,说明飞行器当前飞行方向对变升交点赤经能力的影响较大。

表2 可达域面外参数包络

参数类型	当前值	可达域范围
轨道倾角/(°)	28.18	[16.31, 39.31]
升交点赤经/(°)	335.36	[318.27, 349.27]

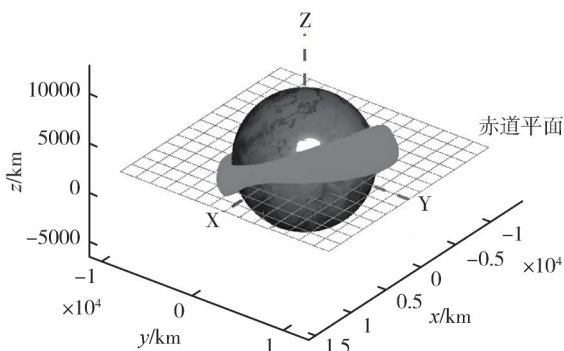


图3 航天运输飞行器可达域三维示意图

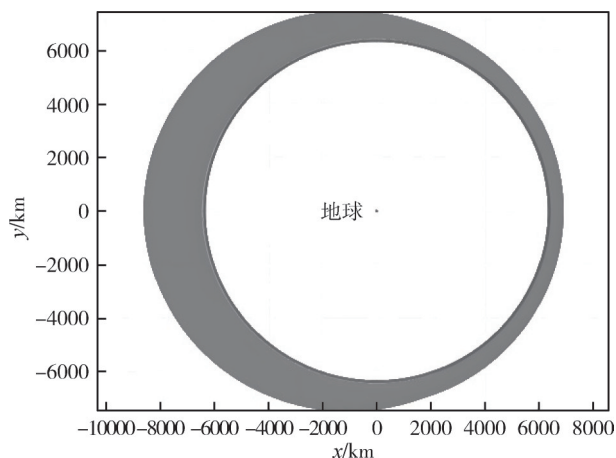


图4 航天运输飞行器可达域在赤道平面投影

### 3.2 规划制导仿真

为验证本文航天运输飞行器在轨可达域计算与轨迹规划方法的有效性,以飞行器入轨及飞行能力评估问题开展试验,仿真试验中模型参数及基本任务参数见表3。

在本文仿真参数设置下,5类规划问题均收敛。本次数值仿真对应12个离散点,当任务实时性要求更高时,可适量减少离散点个数,从而减少轨迹规划时间;当任务需要轨迹细化时,可增加离散点个数,从而提升轨迹规划精度。

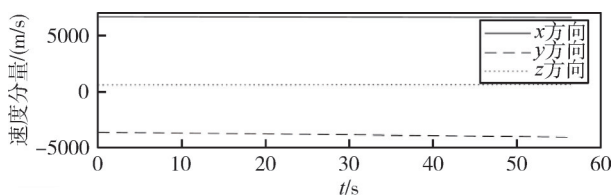
飞行器最短时间入轨问题得到的最短飞行时间为56.57 s。以飞行器最短时间入轨问题为例,图5给出弹道速度位置曲线,飞行轨迹符合任务要求。给定近地点高度的椭圆轨道最大半长轴评估问题得到的近地点和远地点高度分别为150.00 km和203.95 km,满足近地点高度大于150 km的任务要求。

表3 可达域面外参数包络

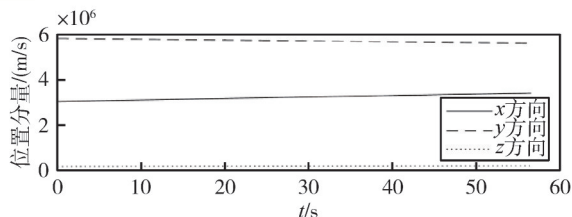
参数类型	参数	数值
模型参数	初始质量/kg	84507
	推力/N	271239
	秒耗量/kg	61
	飞行时间/s	63
任务参数	初始位置/m	$(3.04 \times 10^6, 5.83 \times 10^6, 1.61 \times 10^5)$
	初始速度/( $m \cdot s^{-1}$ )	$(6.68 \times 10^3, -3.60 \times 10^3, 6.07 \times 10^2)$
	目标位置/m	$(3.41 \times 10^6, 5.61 \times 10^6, 1.91 \times 10^5)$
	目标速度/( $m \cdot s^{-1}$ )	$(6.61 \times 10^3, -4.06 \times 10^3, 6.27 \times 10^2)$
	最低近地点高度/m	6528137

两类规划问题的姿态角曲线如图6~7所示。最短时间入轨问题的俯仰角变化范围为 $[-2^\circ, 1^\circ]$ ,给定近地点高度的椭圆轨道评估问题的俯仰角变化范围为 $[-50^\circ, 50^\circ]$ 。俯仰角差异明显的原因有两个:1)规划评估过程中主要变化的参数为半长轴、偏心率、近地点幅角和真近点角等面内参数,对不同目标轨道需要大幅调整俯仰角以精确入轨;2)两种模式的偏航角均在 $[-11^\circ, -6^\circ]$ 间小范围变化,在规划过程中,偏航角主要用于调整面外参数,而两种问题的升交点经度和轨道倾角等面外参数基本不变。

从姿态角变化曲线可看出,本算法规划的控制量变化平稳,满足飞行器飞行要求。



(a) 最短飞行时间入轨问题的速度曲线



(b) 最短飞行时间入轨问题的位置曲线

图5 最短飞行时间入轨问题的速度位置曲线

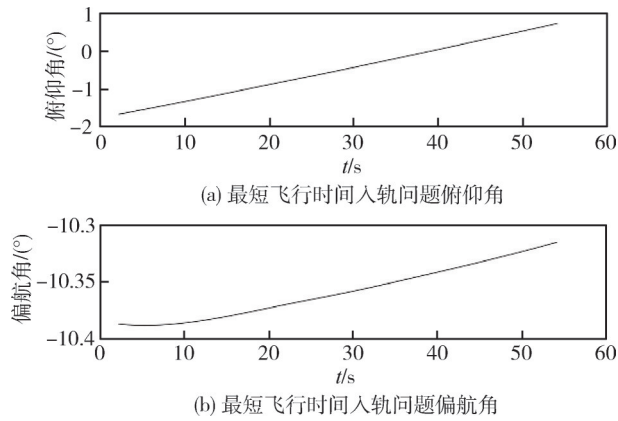


图 6 最短飞行时间入轨问题姿态角曲线

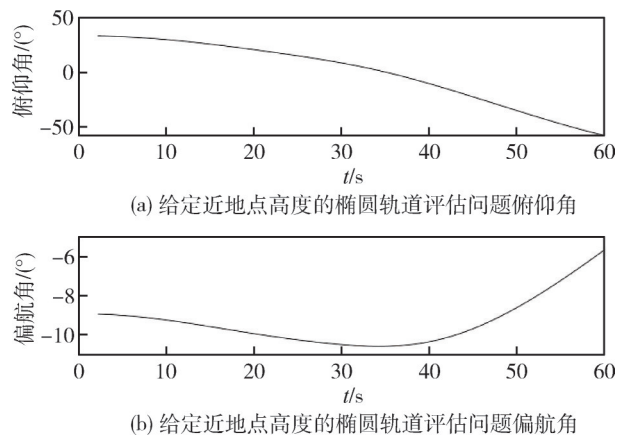


图 7 给定近地点高度的椭圆轨道评估问题姿态角曲线

## 4 结 论

提出了一种航天运输飞行器在轨可达域计算与规划制导方法,将可达域计算转化为不同轨道面上的最大半长轴求解,以适应最短飞行时间入轨的轨道机动问题,和基于给定近地点高度的椭圆轨道评估的可达域分析问题。考虑飞行能力,对可达域进行仿真验证,证明了可达域分析算法的有效性。以飞行器入轨及飞行能力评估问题为算例进行仿真,结果表明,本文提出的规划算法收敛性好,具备根据任务要求权衡规划精度和实时性的能力。针对两类规划问题,给出了规划的姿态角曲线,姿态角能够平稳适应轨道参数的变化。该方法为在线轨迹规划技术的工程应用提供了理论基础,为三维空间轨道机动问题提供了新思路。

## 参 考 文 献

[ 1 ] CelesTrak : SATCAT Boxscore [EB/OL]. [2024-10-22].

- [ 2 ] 贺波勇. 载人登月轨道精确可达域数值延拓分析方法 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2017. (HE Boyong. Analysis approaches for precision reachable sets of manned lunar orbits using numerical continuation theory [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2017.)
- [ 3 ] 杜向南, 杨震. 航天器单脉冲机动可达域求解算法 [J]. 力学学报, 2020, 52(6): 1621-1631. (DU Xiangnan, YANG Zhen. An algorithm for solving spacecraft reachable domain with single-impulse maneuvering [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, 52(6): 1621-1631.)
- [ 4 ] 金紫涵, 温昶焯, 乔栋. 基于可达域的解体碎片云中后期演化建模方法 [J]. 航空学报, 2024, 45(21): 272-282. (JIN Zihan, WEN Changxuan, QIAO Dong. Modeling medium-term debris cloud of breakups based on reachable domain [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(21): 272-282.)
- [ 5 ] 李靖林, 姜中英, 师鹏, 等. 基于相对可达域的航天器博弈均衡求解方法 [J]. 飞行力学, 2024, 42(5): 34-41. (LI Jinglin, JIANG Zhongying, SHI Peng, et al. Nash equilibrium solution method of spacecraft game based on the relative motion reachable set [J]. Flight Dynamics, 2024, 42(5): 34-41.)
- [ 6 ] PANG B, WEN C. Reachable set of spacecraft with finite thrust based on grid method [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 58(4): 2720-2731.
- [ 7 ] LIN X, ZHANG G. Continuous-thrust reachable set for linear relative motion near elliptical orbits [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023.
- [ 8 ] WANG Z, JIANG F. Analytical optimal solution for the reachable domain of low-thrust spacecraft [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2024, 61(1): 274-284.
- [ 9 ] 刘将辉, 彭祺攀, 张海联, 等. 一种常值推力作用的轨道机动优化设计策略 [J]. 宇航学报, 2024, 45(3): 389-398. (LIU Jianghui, PENG Qibo, ZHANG Hailian, et al. An optimal design strategy for orbital maneuver with constant thrust [J]. Journal of Astronautics, 2024, 45(3): 389-398.)
- [ 10 ] WANG Z. A survey on convex optimization for guidance and control of vehicular systems [J]. Annual Reviews in Control, 2024, 57: 100957.
- [ 11 ] 程晓明, 尚腾, 徐帆, 等. 基于序列凸规划的运载火箭轨迹在线规划方法 [J]. 宇航学报, 2021, 42(2): 202-210. (CHENG Xiaoming, SHANG Teng, XU Fan, et al. Online trajectory planning for launch vehicles with

- successive convex programming [J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(2): 202-210. )
- [12] MIAO X, SONG Y, ZHANG Z, et al. Successive convexification for ascent trajectory replanning of a multi-stage launch vehicle experiencing nonfatal dynamic faults [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 58(3): 2039-2052.
- [13] 胡海峰,王晋麟,黄聪,等. 运载火箭非致命故障下弹道规划制导和自适应控制重构技术[J]. *载人航天*, 2022, 28(4): 439-448. (HU Haifeng, WANG Jinlin, HUANG Cong, et al. Trajectory planning guidance and adaptive reconfiguration control of launch vehicle under non-fatal failure [J]. *Manned Spaceflight*, 2022, 28(4): 439-448. )
- [14] 王聪,王劲博,宋征宇. 登月火箭剩余运载能力估计与停泊轨道重规划[J]. *宇航学报*, 2023, 44(9): 1317-1328. (WANG Cong, WANG Jinbo, SONG Zhengyu. Residual carrying capacity evaluation and parking orbit re-planning for lunar exploration launch vehicle [J]. *Journal of Astronautics*, 2023, 44(9): 1317-1328. )
- [15] MA Z, WANG J, LIANG Y, et al. Real-time fault-tolerant guidance for launch vehicle ascending flight under thrust drop failure [J]. *Acta Astronautica*, 2024, 224: 338-352.
- [16] MATTINGLEY J, BOYD S. CVXGEN: A code generator for embedded convex optimization [J]. *Optimization and Engineering*, 2012, 13: 1-27.
- [17] 宋征宇,王聪,巩庆海. 运载火箭上升段推力下降故障的自主轨迹规划方法[J]. *中国科学:信息科学*, 2019, 49(11): 1472-1487. (SONG Zhengyu, WANG Cong, GONG Qinghai. Autonomous trajectory planning for launch vehicle under thrust drop failure [J]. *Scientia Sinica Informationis*, 2019, 49(11): 1472-1487. )
- [18] MA Y, PAN B, TANG J. Reduced space sequential convex programming for rapid trajectory optimization [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024.
- [19] ZHAO M, PAN B, RAN Y, et al. NURBS-based sequential convex programming for onboard trajectory optimization [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024.