

<http://htkz.cn>

引用格式:何管维,袁浩,王杰,等. 应用启迪优化方法的地月平动点轨道转移规划设计[J]. 航天控制, 2025, 43(1): 29–38.
(HE Guanwei, YUAN Hao, WANG Jie, et al. Heuristic optimization for transfer trajectory to cis-lunar liberation point periodic orbit[J]. Aerospace Control, 2025, 43(1): 29–38.)

应用启迪优化方法的地月平动点轨道转移 规划设计

何管维,袁 浩,王 杰,吴 军
国防科技大学空天科学学院,长沙 410007

摘 要 针对地月平动点轨道多目标任务转移策略开展了研究,设计了一种基于双脉冲模式的转移策略,使航天器能够在近直线晕轨道和远距离逆行轨道之间进行转移。首先在质心会合坐标系下建立航天器轨道动力学模型;然后,开展转移策略总体设计并分析涉及的优化变量,确定目标函数和约束条件,将转移策略设计问题转化为轨迹优化问题;进而,验证遗传算法和粒子群优化算法对于该问题的可行性,求解转移轨迹。研究得到了一种应用遗传算法和粒子群优化算法设计平动点轨道转移策略的数值方法,利用该方法设计了近年来重点关注的近直线晕轨道以及远距离逆行轨道之间的转移轨迹。文章提出的优化方法,在无先验信息的情况下能够有效解决轨道转移优化设计问题,并可应用于多类转移方案。

关键词 圆型限制性三体问题;轨道转移;遗传算法;粒子群优化算法

中图分类号:V448. 22

文献标识码:A

文章编号:1006-3242(2025)01-0029-10

Heuristic optimization for transfer trajectory to cis-lunar liberation point periodic orbit

HE Guanwei, YUAN Hao, WANG Jie, WU Jun

College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha
410007, China

Abstract The transfer strategies for multi-objective missions around the Earth-Moon Lagrange points are studied and a two-impulse transfer strategy that allows spacecraft to move between near-rectilinear halo orbits and distant retrograde orbits is designed. Firstly, the spacecraft's orbital dynamics model is established in the synodic frame. Then, the overall design of the transfer strategy is implemented, the relevant optimization variables are analyzed, the objective function and constraints are determined, and the transfer strategy design problem is transferred into a trajectory optimization problem. Furthermore, the feasibility of genetic algorithms and particle swarm optimization algorithms for this specific problem is

收稿日期:2024-10-28

作者简介:何管维(1992–),男,博士,助理研究员,主要从事航天器深空轨道动力学与任务规划研究工作;袁 浩(1992–),男,博士,助理研究员,主要从事深空航天器自主导航与鲁棒制导研究工作,本文通信作者。

verified for solving the transfer trajectory. A numerical method is presented through this research by applying genetic and particle swarm optimization algorithms to transfer strategies design of halo orbits, which focuses on recent interest in near-rectilinear halo orbits and distant retrograde orbits. The proposed optimization method has ability of effectively resolving the orbital transfer design problem without prior information and can be applied to various transfer scenarios.

Key words Circular restricted three-body problem; Orbital transfer; Genetic algorithm; Particle swarm optimization

0 引 言

地月空间探测与开发一直以来都是各国高度关注的科学活动,美国计划在地月 L_2 点近直线晕轨道上建造“深空门户”空间站^[1],用于支持长期地月往返任务。同时,随着商业航天的迅速发展,低成本开展太空活动成为未来发展的趋势,给地月空间任务轨道设计提出了新的挑战。

对于地月空间长期驻留轨道的设计,稳定性和周期性^[2]是重点关注的科学问题,满足这两点要求的平动点周期性轨道^[3]成为了近年来的重点研究对象。随着航天器在地月空间执行任务的多样化,围绕平动点周期性轨道展开的航天器转移轨道设计愈显重要。近年来,国内外研究主要聚焦在以下几个方面:1)晕轨道动力学机制研究,如近些年在限制性三体问题的基础上提出了近周期轨道^[4]和共振轨道^[5],此外围绕地月不变流形开展低能耗转移轨道的设计也吸引了诸多学者的注意^[6];2)月球与地球之间的转移设计,如国外有 Zimovan 等^[7]对近直线晕轨道(NRHO)间和远距离逆行轨道(DRO)进行了动力学分析并根据流形设计了转移轨道,Oshima^[8]则利用平面李雅普诺夫轨道的不稳定特性开展轨道转移设计,在国内,Zhang 等^[9]面向从月球 DRO 轨道返回地球的任务开展了轨迹优化设计,Liu 等^[10]的研究则涵盖了地球前往李萨如轨道的转移问题;3)面向任务设计开发先进算法,如 He 等^[11]与 Abraham 等^[12]分别提出了使用烟花算法(FWA)和粒子群优化算法(PSO)开展低地球轨道(LEO)与地月晕轨道之间的脉冲机动转移设计。

在各类平动点轨道中,近直线晕轨道^[13]和远距离逆行轨道^[14]由于其相对稳定的轨道动力学特性,成为了未来长期驻留任务的重要研究目标。现有研究主要集中在以 GEO 和 LEO 等地球停泊轨道出发,前往地月晕轨道的转移设计,航天器到达目标

晕轨道之后可执行的任务较单一。对于承担复杂任务的地月空间航天器,通常需要在多个平动点轨道之间进行转移,必须研发新的轨道间转移技术和相关优化设计理论。尽管该领域已有部分前沿研究,但针对不同优化理论之间效果的对比和分析较少。

因此,本文在圆型限制性三体问题框架下,围绕地月系平动点轨道间转移设计开展研究,以近直线晕轨道和远距离逆行轨道的转移任务为研究对象,将遗传算法^[15]和粒子群优化算法^[16]作为优化工具,在允许误差内给出多种转移方案,并对两种算法得出的结果进行对比分析。

1 圆型限制性三体问题

为了便于分析和简化计算,对轨道动力学系统进行归一化处理,将各物理量无量纲化,规范计算量级。设归一化后的质量单位为 MU,长度单位为 LU,时间单位为 TU,则有:

$$\begin{cases} 1 \text{ MU} = M_1 + M_2 \\ 1 \text{ LU} = a \\ 1 \text{ TU} = \sqrt{a^3/(GM)} \end{cases} \quad (1)$$

式中: M_1 和 M_2 分别为两天体的质量, a 为两主天体间的距离, G 为引力常数,为方便轨道动力学模型表达引入质量比 μ :

$$\mu = M_2/(M_1 + M_2) \quad (2)$$

归一化条件下,小天体质量为 μ ,大天体质量为 $(1-\mu)$ 。对于地月系统, $(1-\mu)$ 表示地球质量, μ 表示月球质量, a 为地月平均距离。

设航天器 m 在质心会合坐标系位置为 $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$,可分别求得 m 到地球和月球的距离为

$$\mathbf{r}_e = [(x + \mu) \ y \ z]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_m = [(x - (1 - \mu)) \ y \ z]^T \quad (4)$$

航天器的轨道动力学模型如下:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} - x = -\frac{(1-\mu)(x+\mu)}{r_e^3} - \frac{\mu(x-1+\mu)}{r_m^3} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} - y = -\frac{(1-\mu)y}{r_e^3} - \frac{\mu y}{r_m^3} \\ \ddot{z} = -\frac{(1-\mu)z}{r_e^3} - \frac{\mu z}{r_m^3} \end{cases} \quad (5)$$

此外,还可以定义伪势能函数为

$$U = \frac{1-\mu}{r_e} + \frac{\mu}{r_m} + \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1}{2}\mu(1-\mu) \quad (6)$$

则式(5)可以简化为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} = U_x \\ \ddot{y} - 2\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} = U_y \\ \ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} = U_z \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{cases} U_x = x - \frac{(1-\mu)(x+\mu)}{r_e^3} - \frac{\mu(x-1+\mu)}{r_m^3} \\ U_y = y \left(1 - \frac{1-\mu}{r_e^3} - \frac{\mu}{r_m^3} \right) \\ U_z = -z \left(\frac{1-\mu}{r_e^3} + \frac{\mu}{r_m^3} \right) \end{cases} \quad (8)$$

一些常用地月系轨道动力学参数总结如表 1 所示。

2 转移策略设计

2.1 双脉冲转移策略

已知 t_1 时刻航天器处于初始平动点轨道上的 R_1 点,其状态可表示为 $\mathbf{X}_1 = [\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1]^T$,在此时执行瞬时脉冲机动,航天器状态添加速度脉冲增量 $\Delta \mathbf{v}_1$,并进入转移轨道;在轨道动力学的作用下,航天器以无控状态进行运动,并于 t_2 时刻到达目标平动点轨道上的入轨点 R_2 ,此时航天器状态为 $\mathbf{X}_2 = [\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2]^T$;航天器执行第二次瞬时脉冲机动,航天器状态在 \mathbf{X}_2 的基础上添加速度脉冲增量 $\Delta \mathbf{v}_2$,航天器状态变为 $\mathbf{X}_t = [\mathbf{r}_t, \mathbf{v}_t]^T$,并完成入轨。转移过程如图 1 所示。

2.2 轨迹优化问题描述

当任务的初始轨道和目标轨道确定时,通过选取不同的离轨点 R_1 和入轨点 R_2 ,并设计合适的脉冲机动方式 $\Delta \mathbf{v}_1$ 和 $\Delta \mathbf{v}_2$,可以在无时间约束的条件下实现最小速度增量的最优轨迹设计。

优化问题的目标函数可以表示为

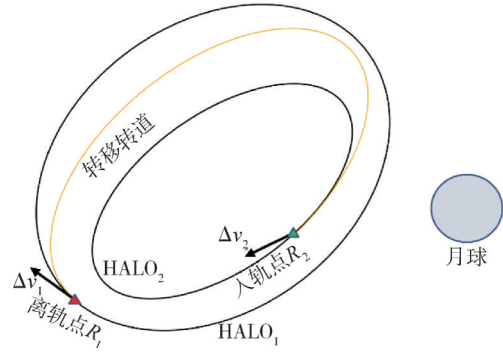


图 1 双脉冲轨道转移示意图

表 1 地月系统轨道动力学参数

参数	国际制单位	归一化单位
μ	0.0121506037932213	
地月平均距离	384400 km	1
绕行周期	27.28 d	2π
地球质量	5.9742×10^{24} kg	0.9878493962
月球质量	7.3483×10^{22} kg	0.0121150638
地球位置	$X = -4670.692$ km $Y = 0$ km $Z = 0$ km	$X = -0.01211506$ $Y = 0$ $Z = 0$
月球位置	$X = 379729.31$ km $Y = 0$ km $Z = 0$ km	$X = 0.98784939$ $Y = 0$ $Z = 0$

$$J(\mathbf{x}) = \|\Delta \mathbf{v}_1\| + \|\Delta \mathbf{v}_2\| \quad (9)$$

式中:

$$\mathbf{x} = [\Delta \mathbf{v}_1 \ \Delta \mathbf{v}_2 \ \Delta t_1 \ \Delta t_2 \ \Delta t] \quad (10)$$

为优化问题的控制变量,航天器完成转移时,与目标入轨点的位置速度偏差作为终端约束条件:

$$\begin{cases} \|\Delta \mathbf{x}\| \leq \sigma \\ \|\Delta \mathbf{v}\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (11)$$

式中: σ 和 ε 为满足航天器到达目标轨道时,入轨要求的位置和速度的最大误差限。

3 优化算法

3.1 遗传算法

遗传算法(GA)是一种模拟自然选择和群体遗传学机理过程的搜索算法模型,它模拟了自然选择和自然遗传过程中的繁殖、杂交和突变现象。随机产生的个体作为遗传算法的初始解,依照给定的目标函数对每一个个体赋予适应度,根据“适者生存”的原则,适应度好的个体可以传递到下一代,适应度差的个体则被淘汰。通过这个过程选择出来的个体,经过交叉和变异算子进行再组合生成新的一

代,新一代的个体由于继承了上一代的一些优良性状,因而在适应度上优于父代。这样逐步朝着最优解的方向迭代。

遗传算法的主要步骤包括:

1)产生初始种群

随机产生个体数目一定的初始种群,每个个体表示为类似于染色体的基因编码。基因的编码机制根据具体的优化问题形式确定,常见的编码方式有:二进制编码、实数编码和混合编码。

2)计算适应度函数

遗传算法的适应度函数由优化问题的目标函数确定,是判断群体中个体的优劣程度的指标。适应度越优的个体,越有可能传递到子代。

3)选择

根据适应度选择再生个体,适应度好的个体被选中的概率高,适应度低的个体更有可能被淘汰,这样使得优良的个体能够有更高的概率被保留来产生下一代。

4)交叉

完成选择操作后,将选择出来的优良个体按照一定的概率进行配对交叉,完成交叉后产生新的个体将继承上一代染色体的基因。以此提高算法收敛速度。

5)变异

变异操作是整个遗传算法操作中必不可少的环节。在变异操作过程中,按照一定的概率,随机改变种群中数个个体的基因可提高种群多样性,进而改善算法的全局搜索能力。

3.2 粒子群算法

粒子群优化算法(PSO)模仿鸟群在寻找食物时不可预测的运动,利用了影响群体整体行为的信息共享机制。组成群体的初始粒子在第一次迭代中随机生成。在给定的迭代中,每个粒子都包含一个位置矢量和一个速度矢量,其中位置矢量包括问题的未知参数的值,而速度矢量决定了位置更新。每个粒子代表问题的可能解决方案,并对应于目标(或适应度)函数的特定值。

在每一次迭代中,粒子的位置和速度矢量都在一次迭代中更新。粒子通过跟踪两个“极值”(P_{bi}:粒子本身到目前为止发现的最好位置;G_b:目前为止整个群体中所有粒子发现的最好位置)来更新速度矢量。具体更新公式如下:

$$v_i = v_i + c_1 r_1 (P_{bi} - x_i) + c_2 r_2 (G_b - x_i) \quad (12)$$

$$x_i = x_i + v_i \quad (13)$$

式中: v_i 为粒子速度(惯性项), r_i 表示一个0~1之间的随机数, x_i 为粒子当前位置, c_1 和 c_2 为认知学习因子。

在迭代结束时,选择最佳粒子(即参考目标函数的最佳解决方案)。粒子群优化算法的目标函数可以由微分方程和代数方程控制,通过选择未知参数和时变变量的最优值实现最小化。

在粒子群算法的基础上,还可以针对惯性项引入惯性因子。此时速度更新公式可以表示为

$$v_i = \omega v_i + c_1 r_1 (P_{bi} - x_i) + c_2 r_2 (G_b - x_i) \quad (14)$$

式中: ω 为惯性因子(非负数)。全局寻优能力与其值成正比,局部寻优能力与其值成反比。动态的 ω 能获得比固定的 ω 更优的值。目前采用较多的是线性递减权值策略。

$$\omega^{(t)} = (\omega_{ini} - \omega_{end})(G_k - g)/G_k + \omega_{end} \quad (15)$$

式中: G_k 为最大迭代次数, ω_{ini} 为初始惯性权值, ω_{end} 为迭代至最大进化代数时的惯性权值。

4 仿真校验

4.1 参数设置

优化问题的终端约束条件通过罚函数形式作为适应度函数的一部分。为了使得转移后的轨道与目标轨道的偏差在一个较小范围内波动,公式(11)中的 σ 和 ε 的值至少取到: $\sigma=1$ km, $\varepsilon=10$ m/s。

罚函数形式的目标函数为

$$J(x) = 100(\|\Delta v_1\| + \|\Delta v_2\|) + \|\Delta x\| + 10^4 \|\Delta v\| \quad (16)$$

这样设置的目的在于,既可以防止因强约束设置不当导致一些较优的可行解被剔除,也可以避免因罚函数设置不当得到的优化结果无法满足精度指标。

使用GA算法进行数值优化仿真需要根据优化变量的个数、误差精度要求及以往优化经验确定主要控制参数的取值,包括种群大小 M 、终止代数 T 、变异概率 P_m 和交叉概率 P_c 等。这些可控制参数的选择可根据仿真实际确定,本文中取值见表2。

PSO算法的主要控制参数包括粒子数 S 、最大迭代次数 T 、惯性权值 ω 变化范围、个体学习因子 c_1 、社会学习因子 c_2 等,这些可控制参数的选择可根据仿真实际确定,本文中取值见表3。

地月空间内存在大量的平动点轨道,本次仿真

表 2 遗传算法参数选择

参数	数值
种群大小 M	300
变异概率 P_m	0.02
交叉概率 P_c	0.7
终止代数 T	400

表 3 粒子群算法参数选择

参数	数值
粒子数 S	300
惯性权值 ω	0.2~1.2
个体学习因子 c_1	2
社会学习因子 c_2	2
终止代数 T	400

选取 L_1 和 L_2 附近相对距离较近的近直线晕轨道和远距离逆行轨道进行仿真校验。选取的平动点初始条件如表 4。

表 4 地月平动点轨道参数

轨道	x	z	v_y	T/d	C
NRHO(1)	0.87795	-0.19253	0.22734	9.36	2.9982
NRHO(2)	0.93136	-0.23292	0.10115	8.05	2.9916
NRHO(3)	1.0456	-0.19465	-0.14916	7.96	3.0277
NRHO(4)	1.02188	-0.18200	-0.10295	6.56	3.0466
DRO(1)	0.84947	0	0.47939	10.04	2.9604
DRO(2)	0.89041	0	0.47205	6.37	3.0084

4.2 L_1 点 NRHO 转移仿真

对于 L_1 点附近 NRHO 之间的转移仿真,速度的 3 个方向的搜区间均设为 ± 0.2 VU,转移时间在 0.8~1.4 TU,离轨点和入轨点在对应 NRHO 的一个轨道周期内搜索。

遗传算法的仿真结果为:航天器的离轨点距离对应 NRHO 的初始状态演化时间为 1.4978 TU,入轨点时间为 0.4203 TU。在离轨点添加第一次脉冲 Δv_1 ,速度增量为 62.2 m/s;在飞行经过 0.9581 TU (4.1605 d)之后添加第二次脉冲 Δv_2 ,速度增量为 114.2 m/s。第二次脉冲机动之后航天器与目标入轨点的位置误差 $\|\Delta x\|$ 为 2.23 km,速度误差 $\|\Delta v\|$ 为 0.0166 m/s。轨道转移过程如图 2 所示。

粒子群算法的仿真结果为:航天器的离轨点距离对应 NRHO 的初始状态演化时间为 1.9822 TU,入轨点距离对应 NRHO 的初始状态演化时间为 1.1046 TU。在离轨点添加第一次脉冲 Δv_1 ,速度增量为 62.2 m/s;在飞行经过 1.2177 TU (5.2878 d)之

后添加第二次脉冲 Δv_2 ,速度增量为 71.1 m/s。第二次脉冲机动之后航天器与目标入轨点的位置误差 $\|\Delta x\|$ 为 0.28 km,速度误差 $\|\Delta v\|$ 为 0.0328 m/s。轨道转移过程如图 3 所示。

仿真结束后,对比两种算法得到的转移方案。两方案离轨机动消耗的规模接近,但 PSO 的入轨机动消耗显著小于 GA 的结果。同时,GA 得到的方案的入轨位置误差较大,达到 2.23 km,超过了终端约束条件。总体上看,在 L_1 点附近 NRHO 轨道间转移的轨道设计与仿真校验中,无论是在约束条件精度还是节省燃料方面,PSO 算法的表现均优于 GA 算法。

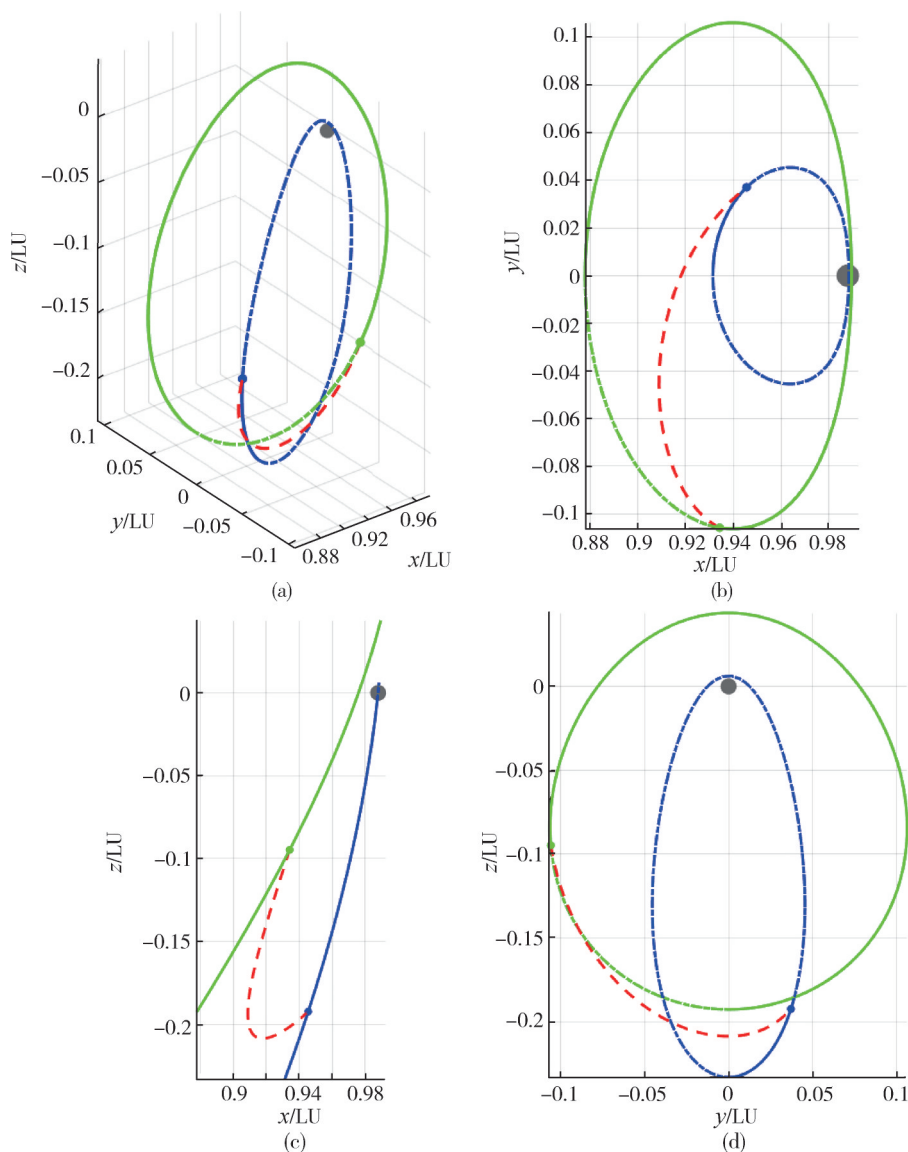
4.3 L_2 点 NRHO 转移轨道仿真

对于 L_2 点附近 NRHO 之间的转移仿真,速度的 3 个方向的搜区间均设为 ± 0.2 VU,转移时间在 0.8~2 之间,离轨点和入轨点在对应 NRHO 一个轨道周期内搜索。

遗传算法的仿真结果为:航天器的离轨点距离轨道初始状态飞行时间为 1.5909 TU,入轨点距离轨道初始状态飞行时间为 0.2806 TU。在离轨点添加第一次脉冲 Δv_1 ,速度增量为 72.3 m/s;在飞行经过 1.9054 TU (8.2742 d)之后添加第二次脉冲 Δv_2 ,速度增量为 21.1 m/s。第二次脉冲机动之后航天器与目标入轨点的位置误差 $\|\Delta x\|$ 为 6.2822 km,速度误差 $\|\Delta v\|$ 为 0.0406 m/s。轨道转移过程如图 4 所示。

粒子群算法的仿真结果为:航天器的离轨点距离轨道初始状态飞行时间为 1.5048 TU,入轨点距离轨道初始状态飞行时间为 0.1733 TU。在离轨点添加第一次脉冲 Δv_1 ,速度增量为 80.1 m/s;在飞行经过 1.8625 TU (8.0879 d)之后添加第二次脉冲 Δv_2 ,速度增量为 36.8 m/s。第二次脉冲机动之后航天器与目标入轨点的位置误差 $\|\Delta x\|$ 为 0.685 km,速度误差 $\|\Delta v\|$ 为 0.0108 m/s。轨道转移过程如图 5 所示。

对比两种仿真算法得到的仿真结果可发现,所得到的航天器入轨点和离轨点类似,转移轨迹也基本一致,可认为两种算法均收敛至同一转移方案。在机动损耗方面,尽管 PSO 结果的机动损耗略高于 GA 结果(分别为 116.9 m/s 与 93.4 m/s),但 PSO 结果的入轨精度显著优于 GA 结果(分别为 0.685 km 与 6.28 km)。综合考虑,可认为 PSO 算法的表现优于 GA 算法。

图2 L_1 点NRHO轨道转移仿真示意(GA算法)

4.4 远距离逆行轨道DRO转移轨道仿真

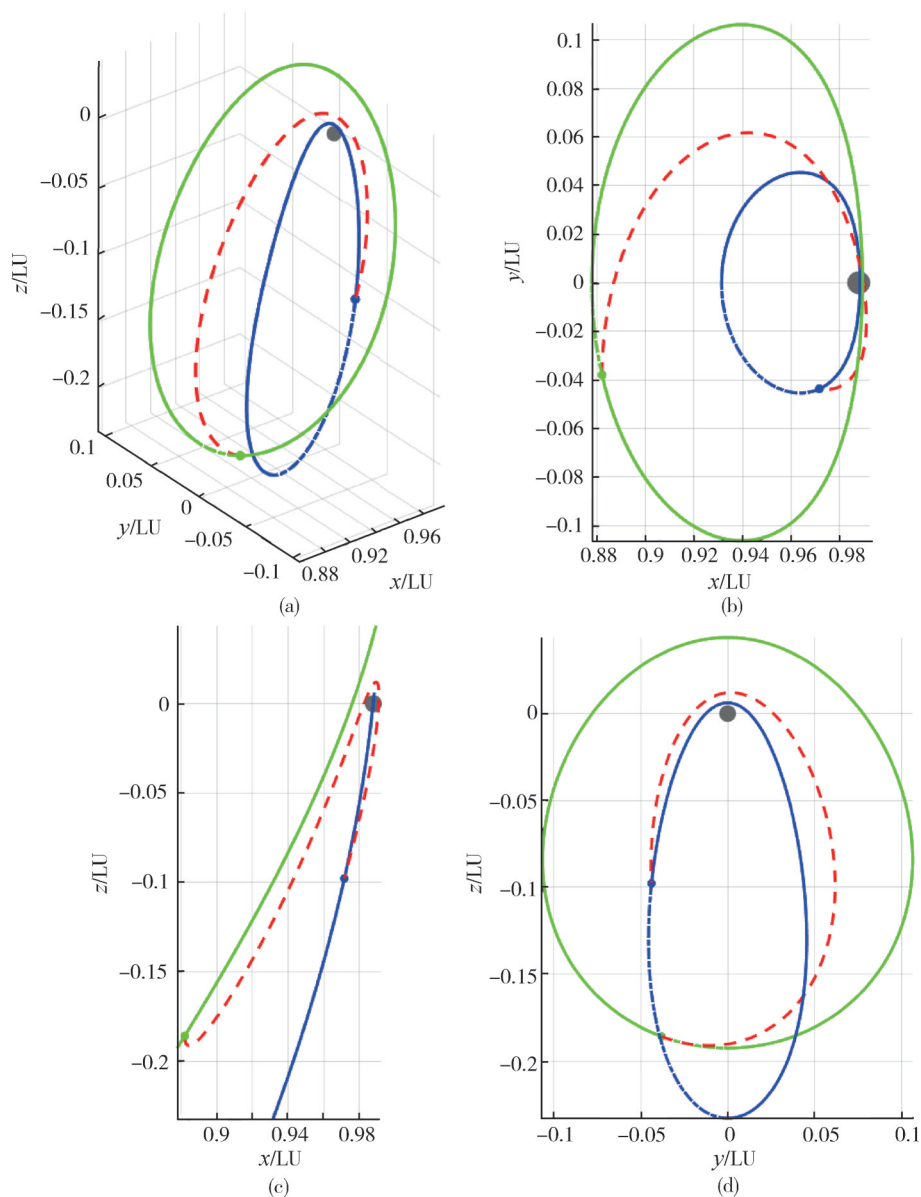
对于DRO之间的转移仿真,速度的3个方向的搜区间均设为 ± 0.1 VU,转移时间在0.8~2之间,离轨点和入轨点在一个轨道周期内搜索。

遗传算法的仿真结果为:航天器的离轨点距离轨道初始状态飞行时间为1.4171 TU,入轨点距离轨道初始状态飞行时间为0.9355 TU。在离轨点添加第一次脉冲 Δv_1 ,速度增量为80.6 m/s;在飞行经过1.6075 TU(6.9805 d)之后添加第二次脉冲 Δv_2 ,速度增量为144.9 m/s。第二次脉冲机动之后航天器与目标入轨点的位置误差 $\|\Delta x\|$ 为16.29 km,速度误差 $\|\Delta v\|$ 为5.6 m/s。轨道转移过程如图6所示。

粒子群算法的仿真结果为:航天器的离轨点距

离轨道初始状态飞行时间为0.8366 TU,入轨点距离轨道初始状态飞行时间为0.2352 TU。在离轨点添加第一次脉冲 Δv_1 ,速度增量为65.9 m/s;在飞行经过1.1787 TU(5.1185 d)之后添加第二次脉冲 Δv_2 ,速度增量为137.1 m/s。第二次脉冲机动之后航天器与目标入轨点的位置误差 $\|\Delta x\|$ 为0.7 km,速度误差 $\|\Delta v\|$ 为0.0168 m/s。轨道转移过程如图7所示。

本次仿真中,PSO算法得到的转移方案所需速度脉冲模之和更小,入轨精度更高,可以较好地完成任务,而GA算法得到的转移方案所需速度改变量之和较大,入轨精度较低。整体来看,PSO算法在本问题研究中的表现优于GA算法。

图 3 L_1 点 NRHO 轨道转移仿真示意(PSO 算法)

5 结 论

利用遗传算法和粒子群算法设计并优化 L_1 和 L_2 点附近近直线晕轨道(NRHO)间以及远距离逆行轨道(DRO)间的转移任务规划,得到了多种转移方案。

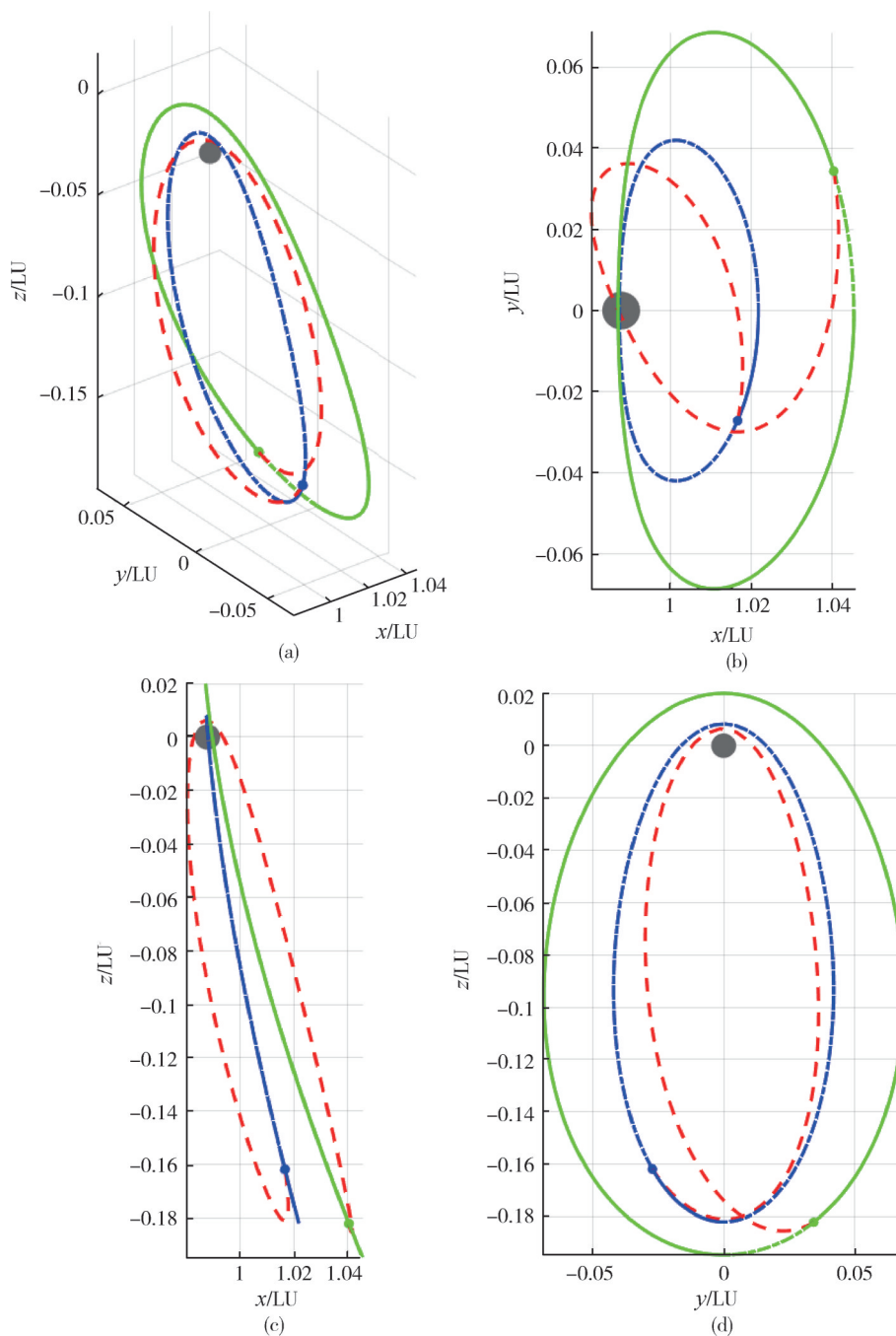
本文采用理论比较成熟的双脉冲转移轨道方式开展转移策略设计。将两次速度改变量之和最小作为最终达到优化目标,将离轨点、入轨点、转移时间及轨道机动矢量 Δv_1 和 Δv_2 作为设计变量,将航天器完成转移时与目标入轨点的位置速度偏差作为约束条件。在此基础上建立了一种双脉冲轨道

转移优化问题的数学模型。

通过 GA 和 PSO 开展优化设计与分析。通过对比,在本文研究参数设置下,PSO 算法优于 GA 算法得到的转移方案。

参 考 文 献

- [1] WHITLEY R, MARTINEZ R. Options for staging orbits in cislunar space [C]. IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA, 2016.
- [2] BEZROUK C J, PARKER J. Long duration stability of distant retrograde orbits [C]. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, San Diego, CA, USA, 2014.
- [3] BLAZEWSKI D, OCAMPO C. Periodic orbits in the con-

图4 L_2 点轨道转移仿真示意(GA算法)

centric circular restricted four-body problem and their invariant manifolds[J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2012, 241(13): 1158-1167.

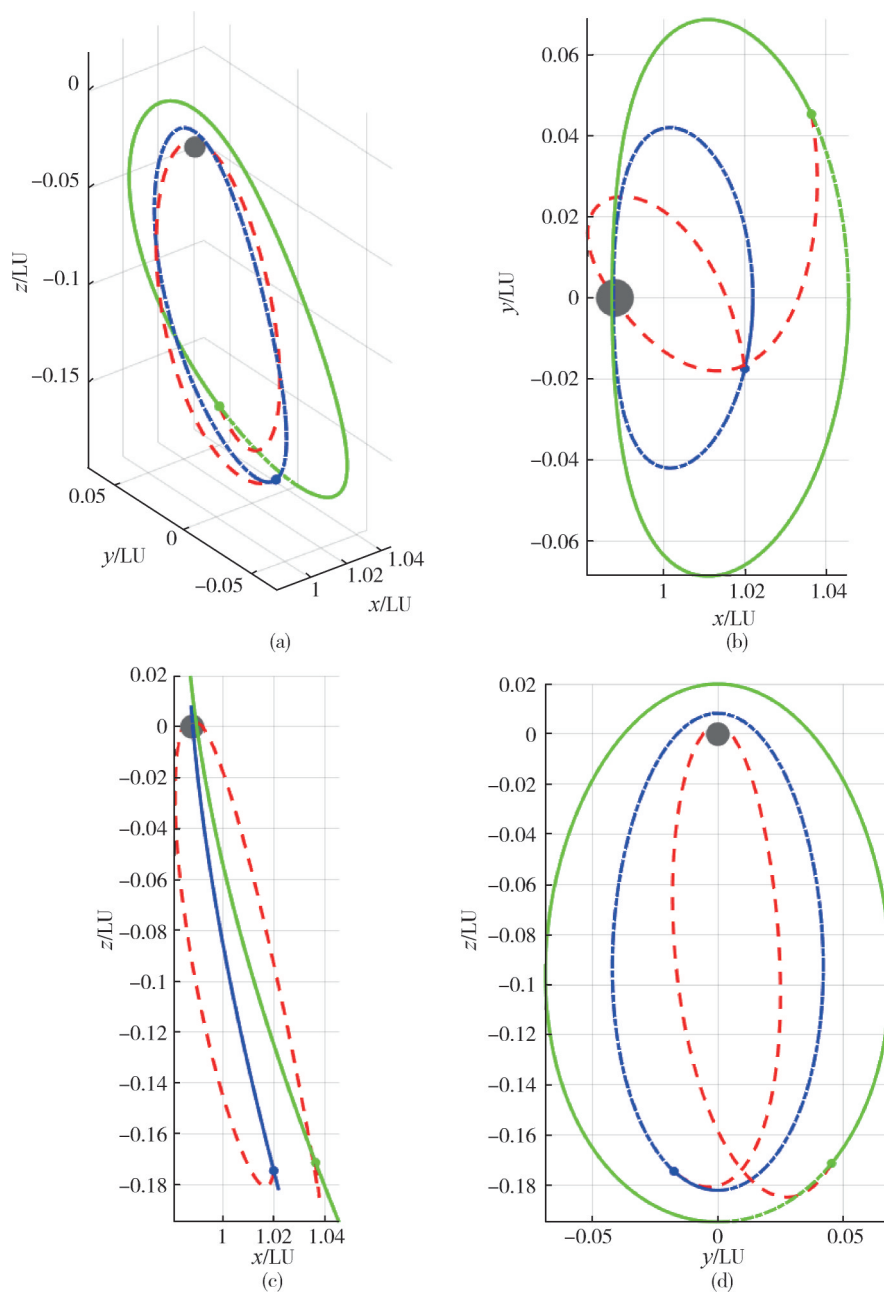
- [4] MCCARTHY B P, HOWELL K C. Leveraging quasi-periodic orbits for trajectory design in cislunar space [J]. *Astrodynamics*, 2021, 5(2): 139-165.

- [5] BOUDAD K K, HOWELL K C, DAVIS D C. Dynamics of synodic resonant near rectilinear halo orbits in the bicircular four-body problem [J]. *Advances in Space Research*, 2020, 66(9): 2194-2214.

- [6] SINGH S K, ANDERSON B D, TAHERI E. Low-thrust transfers to candidate near-rectilinear halo orbits facilitated by invariant manifolds [C]. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, Lake Tahoe, CA, USA, 2020.

- [7] ZIMOVAN E M, HOWELL K C, DAVIS D C. Near rectilinear halo orbits and their application in cis-lunar space [C]. *3rd IAA Conference on Dynamics and Controls of Space Systems*, San Diego, CA, USA, 2017.

- [8] OSHIMA K. The use of vertical instability of L1 and L2

图5 L_2 点轨道转移仿真示意(PSO算法)

planar Lyapunov orbits for transfers from near rectilinear halo orbits to planar distant retrograde orbits in the Earth-Moon system [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2019, 131(3): 14.

- [9] ZHANG R, WANG Y, ZHANG C. The transfers from lunar DROs to Earth orbits via optimization in the four body problem [J]. *Astrophysics and Space Science*, 2021, 366(6): 49.
- [10] LIU C B, HOU X Y, LIU L. Transfer from the Earth to a Lissajous orbit around the collinear libration point by Lunar swing-by [J]. *Advances in Space Research*, 2007, 40(1): 76-82.

- [11] HE G, CONTE D, MELTON R G. Fireworks algorithm applied to trajectory design for Earth to Lunar halo orbits [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2020, 57(2): 235-246.
- [12] ABRAHAM A J, SPENCER D B, HART T J. Early mission design of transfers to halo orbits via particle swarm optimization [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2016, 63(2): 81-102.
- [13] TROFIMOV S, SHIROBOKOV M, TSELOUSOVA A. Transfers from near-rectilinear halo orbits to low-perilune orbits and the Moon's surface [J]. *Acta Astronautica*, 2020, 167: 260-271.

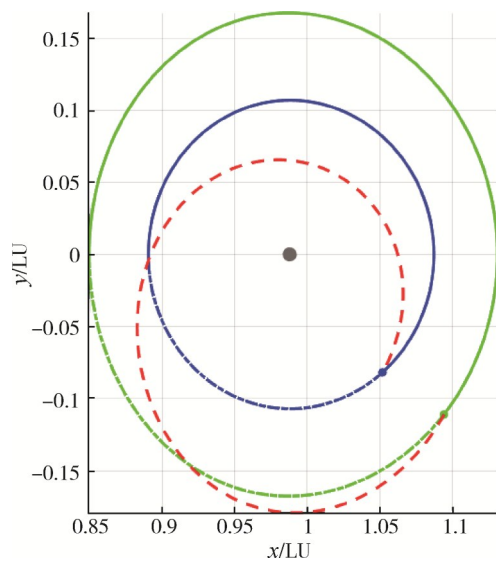


图6 DRO轨道转移仿真示意(GA)

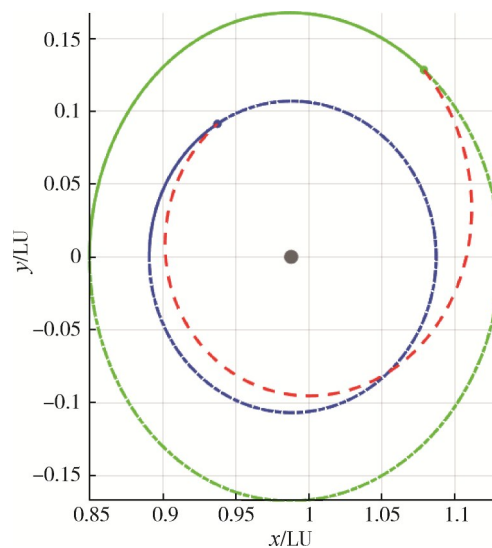


图7 DRO轨道转移仿真示意(PSO)

- [14] CONTE D, DICARLO M, HO K. Earth-Mars transfers through Moon distant retrograde orbits [J]. Acta Astronautica, 2018, 143: 372-379.
- [15] CHILAN C M, CONWAY B A. Using genetic algorithms for the construction of a space mission automaton [C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation,

Trondheim, Norway, 2009.

- [16] GUEHO D, HE G, SINGLA P. Optimal spacecraft docking maneuver using direct and indirect collocation method and particle swarm optimization [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2020, 171: 1875-1894.