

# 航天器碰撞规避单脉冲切向控制最优策略

蔡立锋 吴凌九 张国云 李 智 李冰冰 孙振江

中国西安卫星测控中心, 航天器在轨故障诊断与维修重点实验室, 西安 710043



**摘要** 针对在轨航天器采用切向单脉冲喷气规避空间碰撞风险的最优控制策略问题, 推导了小偏心率轨道卫星切向控制后的轨道相对原轨道的相对运动方程, 分析了空间接近几何关系, 给出了满足空间接近距离和交垂线方向距离约束情况下不同控制时刻对应的最小控制量的计算方法和函数曲线, 证明了控制量与控制效果的单调关系并讨论了控制时刻对控制效果的敏感性。只要综合测站跟踪情况、卫星工作情况、燃料节省等多种约束确定了控制时刻, 即可通过上述控制时刻和控制量函数曲线确定最小的切向控制方向和控制量大小。

**关键词** 碰撞规避; 单脉冲切向控制; Box 区域方法; 最优策略

中图分类号: V448.2 文献标识码: A

文章编号: 1006-3242(2023)02-0010-07

## Optimal Control Strategy of Spacecraft Tangential Collision Avoidance with Single Pulse

Cai Lifeng, Wu Lingjiu, Zhang Guoyun, Li Zhi, Li Bingbing, Sun Zhenjiang

Key Laboratory of Spacecraft Fault Diagnosis and Maintenance, Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710043, China

**Abstract** Aiming at the problem of optimal control strategy for spacecraft on orbit by using tangential monopulse jet to avoid space collision risk, a method is proposed. Firstly, a relative motion equation of the satellite with small eccentricity orbit after tangential control related to the original orbit is derived. Then, the spatial proximity geometric relationship is analyzed. There are distance constraints both from the perpendicular direction and space proximity, under which the calculation method of the minimum control quantity corresponding to control time is developed and the function curves at different control time are drawn. Besides, the monotone function relationship between control quantity and control effect is proven, and the sensitivity of the control time to the control effect is discussed. As long as the control time is obtained by integrating multiple constraints such as station tracking, satellite conditions and fuel saving, the minimum tangential control quantity and the control direction can be determined through the above control time and control function curve.

**Key words** Collision avoidance; Single pulse tangent control; Box method; Optimal strategy

收稿日期: 2022-11-22

作者简介: 蔡立锋(1979-), 男, 高级工程师, 主要研究方向为航天器轨道姿态动力学、航天器在轨安全防护, E-mail: wankaclf@aliyun.com; 吴凌九(1983-), 女, 工程师, 主要研究方向为航天器操控管理; 张国云(1977-), 男, 高级工程师, 主要研究方向为航天器测控管理; 李智(1984-), 男, 工程师, 主要研究方向为效能评估与运筹优化; 李冰冰(1988-), 男, 工程师, 主要研究方向为航天器故障诊断; 孙振江(1990-), 男, 工程师, 主要研究方向为航天器轨道动力学与控制。

## 0 引言

随着低轨航天器日益增多,尤其是我国低轨互联网星座计划实施以后,在轨航天器的碰撞规避事件将快速增长<sup>[1-2]</sup>。这就要求地面卫星操控中心快速确定规避控制最优策略。由于卫星控制系统设计、载荷应用、测站可见性等约束,绝大多数规避控制均是实施一次单脉冲切向控制。单脉冲切向控制规避策略需要确定碰撞交会前的控制时刻和控制量两个变量,实现控后两星最近距离大于某一安全距离;其中控制时刻是由测控条件、卫星载荷应用需求、卫星平台工作状况、地面工作规划等诸多条件约束,控制量要求尽可能小,以减少燃料消耗,尽量少偏离卫星工作轨道。本文研究单脉冲切向碰撞规避最小控制量确定方法。

碰撞规避方式按照交会目标轨道测量手段分为近距离自主测量和地面测量两种。文献[3]研究了在地面预警的基础上,通过星上自主测量设备在交会前十几秒开始测量两星相对运动参数,通过机动改变交会时刻视线转率的方式规避碰撞风险,虽然近距离自主测量精度较高,但是轨道机动后轨道位置演化的时间太短,目前仍需要消耗更多的燃料,且会增加星上负担。所以目前碰撞规避仍是依赖地面测量数据提前较长时间进行规避机动的方式。

地面提前规避有高度规避方法和沿迹规避方法。文献[4-7]研究了受威胁卫星机动后自身在高度或沿迹方向上的变化,未考虑受威胁卫星不机动轨道、机动轨道、威胁目标三者空间的位置关系,以及机动控制量与规避距离的单调性问题。文献[8]基于相对位置速度的线性方程研究了提前几轨点火机动的优化问题,但是对卫星的机动能力和燃料消耗要求较高。

规避策略的确定还涉及到碰撞风险评估方法问题,碰撞风险评估方法分为 Box 区域方法(Box Method)和碰撞概率两种方法。碰撞概率方法计算两目标碰撞的概率,需要获知两目标在交会时刻的位置误差协方差矩阵,通过减少碰撞概率进行规避策略的确定,理论上已有很多研究<sup>[9-13]</sup>。在实际工程应用中,仍主要采用 Box 区域方法作为规避控制安全门限。由于对空间目标的确定和预报均存在一定的误差,Box 区域方法就是设定危险目标的接

近范围,当最小接近距离小于该范围,就提前实施控制,使得最小接近距离大于该范围。本文推导了小偏心率轨道卫星切向控制后的轨道相对原轨道的相对运动方程,分析空间接近几何关系,给出 Box 区域方法限定的空间接近距离和交垂线方向距离约束情况下控制时刻对应的最小控制量的计算方法和函数曲线,证明控制量与规避距离的单调性关系,并讨论控制时刻对控制效果的敏感性。

## 1 控后相对运动方程

假设  $t_0$  时刻获知某卫星 A 与空间飞行物体 B 有碰撞风险,在交会时刻  $t_c$  最小接近距离为  $d$ ,或者两星速度交垂线方向(两星交会时刻速度的叉乘方向)最小距离为  $h$ ,小于对应的允许门限值  $d_0$  或者  $h_0$ ,需要提前在  $t_c$  时刻对 A 星实施单脉冲切向控制,以实现在交会点  $d \geq d_0$  或者  $h \geq h_0$ 。设  $a, e, w$  和  $f$  分别为卫星轨道半长轴、偏心率、近地点辐角和真近点角,  $e_1 = e \cos w, e_2 = e \sin w$ , 卫星距升交点的角距为  $\theta = w + f$ 。假设在  $t_c$  时刻,实施了切向脉冲控制,半长轴控制量为  $\delta a$ ,则同时对轨道半长轴  $a$  和偏心率  $e$  的改变效果为<sup>[14]</sup>:

$$\begin{cases} \delta e_1 = \frac{\delta a}{a} \cos \theta_c \\ \delta e_2 = \frac{\delta a}{a} \sin \theta_c \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\theta_c$  为控制时刻的  $\theta$ 。定义卫星轨道坐标系  $oXYZ$ ,  $Z$  轴由卫星质心指向地心,  $X$  轴在轨道平面内与  $Z$  轴垂直,指向卫星运动的方向,  $Y$  轴与  $Z$ 、 $X$  轴成右手螺旋关系。设实施控制后的卫星为 A1 星,设 A1 相对于 A 星在 A 星轨道坐标系中相对位置为  $\rho = [x \ y \ z]^T$ , 则<sup>[15]</sup>:

$$\begin{cases} x = r_0 \delta \theta \\ y = 0 \\ z = -\delta r \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $r$  是卫星径向距离,  $r_0$  是 A 星径向距离。设小偏心率情况下,  $e$  和地球带谐项  $J_2$  同一量级,则式(2)  $\theta$  展开式为:

$$\begin{aligned} \theta &= \lambda + 2e \sin M + o(e^2) = \lambda + \\ &2e_1 \sin \lambda - 2e_2 \cos \lambda + o(e^2) \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $\lambda = w + M, M$  为平近点角。一阶近似情况下,可以将式(2)中  $\delta \theta$  和  $\delta r$  表示如下:

$$\begin{cases} \delta \theta = \delta \lambda + 2\delta e_1 \sin \lambda - 2\delta e_2 \cos \lambda \\ \delta r = \delta a - a_0 (\cos \theta \delta e_1 + \sin \theta \delta e_2) \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $a_0$  是 A 星平半长轴。一般控制量  $\delta a$  为 1km 量级,一阶近似下  $\delta\lambda$  可以表示为:

$$\delta\lambda = \delta n(t - t_c) = -\frac{3\delta a}{2a}n(t - t_c) \quad (5)$$

$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$ , 为卫星轨道角速度。一阶近似下式

(2) 可写为:

$$\begin{cases} x = a \left[ -\frac{3\delta a}{2a}n(t - t_c) + 2\delta e_1 \sin\theta - 2\delta e_2 \cos\theta \right] \\ z = -\delta a + a(\cos\theta\delta e_1 + \sin\theta\delta e_2) \end{cases} \quad (6)$$

当  $t = t_s$ , 式(6)即为交会时刻  $t_s$  时, A1 与 A 星的相对位置。设  $\theta_s$  为控交会时刻的  $\theta$  值,  $u = \theta_s - \theta_c$  为从控制时刻  $t_c$  到交会时刻  $t_s$  卫星转过的角度, 以下称相位差。将式(1)代入式(6), 并利用近似关系  $n(t_s - t_c) = u$ , 可得:

$$\begin{cases} x = \delta a \left( 2\sin u - \frac{3}{2}u \right) \\ z = \delta a(\cos u - 1) \end{cases} \quad (7)$$

在一阶近似下, 式(7)中的轨道要素都可以视为平根数。由式(7)可见, 在 A1 星相对 A 星做椭圆运动, 椭圆焦点在 A 星轨道系 x-z 平面的  $\left( -\frac{3u\delta a}{2}, -\delta a \right)$  点。

在 A 星轨道坐标系中观察, A 星不动, 飞行物体 B 与 A 星接近。对于绝大多数碰撞规避事件, 相互接近的 A、B 两星星轨道面相差并不很小, 在相互接近的短暂时间内, 两星相对速度较大, 可以视为在相互接近的几秒钟时间内, B 在 A 星轨道坐标系中进行直线运动, 则接近最小距离即为 A 星与该直线的最近距离。现在定义接近坐标系。设在互相接近的短暂时间内, A 星的速度矢量为  $\mathbf{v}_A$ , B 星的速度矢量为  $\mathbf{v}_B$ , 定义接近坐标系  $oX_jY_jZ_j$  的  $Z_j$  轴为  $\mathbf{v}_A \times \mathbf{v}_B$  所确定的方向,  $X_j$  轴为  $\mathbf{v}_A$  确定的方向。接近坐标系是 A 星轨道坐标系绕 Y 轴转过一个角度  $\beta$ , 使得新的 X 轴与  $\mathbf{v}_A$  重合, 再绕新的 Y 轴旋转  $\alpha$  角得到。设轨道坐标系到接近坐标系的转换矩阵为  $\mathbf{L}_{oj}$ , 则:

$$\mathbf{L}_{oj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

实际上  $\beta$  即为卫星沿轨道飞行的飞行角, 可由开普勒根数表示为<sup>[14]</sup>:

$$\begin{cases} \cos\beta = \frac{1 + e\cos f}{(1 + e^2 + 2e\cos f)^{\frac{1}{2}}} \\ \sin\beta = \frac{e\sin f}{(1 + e^2 + 2e\cos f)^{\frac{1}{2}}} \end{cases} \quad (9)$$

可见, 在小偏心率情况下,  $\cos\beta \approx 1$ ,  $\sin\beta = o(e)$ 。角  $\alpha$  可以由接近坐标系定义的方向余弦及式(9)确定的角  $\beta$  得到。

由式(7)可知, 接近坐标系下, A1 星相对于 A 星的位置向量  $\mathbf{P}_{A1}$  为:

$$\mathbf{P}_{A1} = \mathbf{L}_{oj} \begin{pmatrix} \delta a \left( 2\sin u - \frac{3}{2}u \right) \\ 0 \\ \delta a(\cos u - 1) \end{pmatrix} = \delta a \mathbf{S} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{S}$  为:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \left( 2\sin u - \frac{3}{2}u \right) \\ \sin\alpha \left[ -\frac{3}{2}u\sin\beta + (\cos u - 1) \right] \\ \cos\alpha \left[ -\frac{3}{2}u\sin\beta + (\cos u - 1) \right] \end{pmatrix} \quad (11)$$

问题变为求解 A1 星相对于 A 星空间椭圆轨迹, 与 B 星在接近坐标系中运动直线之间的最小距离的问题。

## 2 最优策略确定方法

### 2.1 最近距离约束情况下的最小控制量确定

B 星相对于 A 的速度在惯性坐标系表示为  $\mathbf{v}_{B_i} - \mathbf{v}_{A_i}$ ; 设交会时刻 A、B 星在惯性系中的位置为分别为  $\mathbf{P}_{A_i}, \mathbf{P}_{B_i}$ , 则 B 星相对于 A 星速度和位置转换到接近坐标系为:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_B = \mathbf{L}_{oj}\mathbf{L}(\mathbf{v}_{B_i} - \mathbf{v}_{A_i}) \\ \mathbf{P}_B = \mathbf{L}_{oj}\mathbf{L}(\mathbf{P}_{B_i} - \mathbf{P}_{A_i}) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{L}$  为惯性坐标系到轨道坐标系的转换矩阵。

令  $\mathbf{R} = \mathbf{P}_{A1} - \mathbf{P}_B$ ,  $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}_B}{|\mathbf{v}_B|}$ , 则 A1 星与 B 星运动直线的最小距离  $d$  表示为:

$$d(u, \delta a) = \sqrt{(\mathbf{R} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{R} \times \mathbf{v})} \quad (13)$$

以下将  $d(u, \delta a)$  称为接近距离。允许的接近距离为  $d_0$ , 求解方程  $d - d_0 = 0$  的根, 即可求得对应的半长轴控制量  $\delta a$  和相位差  $u$ , 相位差  $u$  对应着唯一的控制时刻  $t_c$ 。现固定某控制时刻, 讨论对应的控制量与接近距离的关系。此时有:

$$d(\delta a) = \sqrt{(\mathbf{R} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{R} \times \mathbf{v})} \quad (14)$$

定义函数撇号上标表示对  $\delta a$  求导,由式(10)可知  $\mathbf{R}' = \mathbf{S}, \mathbf{v}$  随  $\delta a$  的变化与  $\beta$  角有关,由式(9)可知,小偏心率情况且  $\delta a$  为 km 量级情况下,可以近似认为  $\mathbf{v}' = 0$ ,对式(14)的  $\delta a$  求导可得:

$$d' = \frac{(\mathbf{S} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{R} \times \mathbf{v})}{d} \quad (15)$$

先对交会前一段时间的控制时刻进行遍历,通过式(14)和(15),使用牛顿迭代法可以很快计算得到满足  $d - d_0 = 0$  的条件的每个控制时刻  $t_c$  对应的控制量  $\delta a_u$ 。

下面证明解的单调性。令式(15)的  $d' = 0$ ,对应的控制量为:

$$\delta a_m = \frac{(\mathbf{S} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{P}_B \times \mathbf{v})}{|\mathbf{S} \times \mathbf{v}|} \quad (16)$$

可见,极值  $\delta a_m$  是唯一的。设  $\delta a_m$  对应的接近距离为  $d_m$ 。由  $(dd')' = d'd' + d''d$  可得在  $\delta a_m$  处,有:

$$d'' = \frac{(\mathbf{S} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{S} \times \mathbf{v})}{d} \geq 0 \quad (17)$$

式(17)说明  $d(\delta a)$  在  $\delta a_m$  处为最小值,仅当  $d > d_m$  才有解  $\delta a_u$ ,且一个  $d$  对应的解  $\delta a_u$  必然是成对出现的。规避控制的目标必然要求  $d \geq d_0 > d(\delta a_u = 0) \geq d_m$ 。因此当控制量  $\delta a$  的绝对值  $|\delta a|$  大于  $|\delta a_u|$  时,其对应的接近距离  $d(\delta a)$  一定大于允许的接近距离  $d_0$ ,  $|\delta a_u|$  即是  $t_c$  时刻控制且满足接近距离大于允许接近距离  $d_0$  的最小控制量。

### 2.2 最近交垂线约束情况下的最小控制量确定

上面讨论了通过接近距离隔离,下面讨论通过交垂线距离隔离。空间交会接近的两颗卫星,在速度方向上误差传播较快,且误差较大;而与两颗卫星速度都垂直的方向上误差较小,因此交垂线方向隔离允许的最小距离较小。交垂线的方向即为接近坐标系中的  $Z_j$  轴方向,设式(12)中  $\mathbf{P}_B$  的  $Z_j$  分量为  $P_{Bz}$ ,而 A1 星相对于 A 星在  $Z_j$  方向的分量为式(10)的  $Z_j$  分量,则 A1 星相对于 B 星在  $Z_j$  方向的距离为:

$$h = \left| \delta a \cos \alpha \left[ -\frac{3}{2} u \sin \beta + (\cos u - 1) \right] - P_{Bz} \right| \quad (18)$$

允许的最小交垂线距离为  $h_0$ 。当  $h_0 < |P_{Bz}|$  时,显然不需要进行半长轴控制,因此仅讨论  $h_0 > |P_{Bz}|$  的情况,又由于控制必然要求  $h \geq h_0 > h(\delta a_u = 0) = |P_{Bz}|$ ,则一定有  $h > |P_{Bz}|$ ,令  $g =$

$\cos \alpha \left[ -\frac{3 u \sin \beta}{2} + (\cos u - 1) \right]$ ,此时控制量为  $\delta a_u = \frac{(P_{Bz} \pm h)}{g}$ ,其绝对值均随着  $h$  的增大而增大,  $|\delta a_u| = \frac{(P_{Bz} \pm h_0)}{g}$  即是  $t_c$  时刻控制且满足交垂线距离大于允许的最小交垂线距离  $h_0$  的最小控制量。

## 3 算例校验及控制时刻的敏感性分析

现在以一个算例来说明单批次切向脉冲最优规避策略的计算方法。设  $t_s$  时刻 A、B 两星相对距离最近,A、B 两星均为近圆轨道,轨道高度为 500km 附近。设 B 星在 A 星的接近坐标系中的相对位置和速度分别为  $\mathbf{P}_B = [P_{Bx} \ P_{By} \ P_{Bz}]^T, \mathbf{v}_B = [v_{Bx} \ v_{By} \ v_{Bz}]^T$ ,如表 1 所示。

表 1 两星碰撞预警信息

相对位置/km			相对速度/(km/s)		
$P_{Bx}$	$P_{By}$	$P_{Bz}$	$v_{Bx}$	$v_{By}$	$v_{Bz}$
-0.060	-0.146	-0.051	-12.91	-5.35	0

在接近坐标系中,A1 星、A 星和 B 星在交会点的空间几何关系如图 1 表示。图中 A 点表示 A 星的位置,B 点表示 B 星的位置,波动曲线由式(10)确定,表示 A1 星在不同控制时刻  $t_c$  对应的时间间隔  $t_s - t_c$  的位置变化,图中的 A1 点表示在交会时刻前 24 小时实施了半长轴增加 0.05km 的切向单脉冲控制后,A1 星运行至交会点时刻的位置。在交会点附近,B 星相对 A 星作直线运动,BC 为 B 星的直线运动轨迹,  $AB \perp BC$ ,是不控情况下,A、B 两星的最近距离;  $CA1 \perp BC$ ,是提前 24h 时刻进行切向脉冲控制,半长轴增加 0.05km 情况下,A1、B 两星的接近距离;A1 点的坐标是  $(-7.08, 0, -0.001)$ 。由于 BC 与 A 星的切向运动方向夹角较小,所以虽然单脉冲控制情况下在切向方向改变了 7.08km,但是接近距离仅为 2.55km。如果两星相对运动方向夹角更小,会出现控制量已经很大,且很早实施了控制,仍不能在接近距离上规避碰撞风险的情况。有时候,可能更适合考虑在  $Z_j$  方向即双星速度矢量的交垂线方向进行规避控制。

首先,假设允许接近距离  $d_0 = 2\text{km}$ 。由式(13)和(14),用牛顿迭代法计算不同控制时刻对应的最小控制量的  $\delta a - t$  函数曲线(图 2)。图 2 绘制了

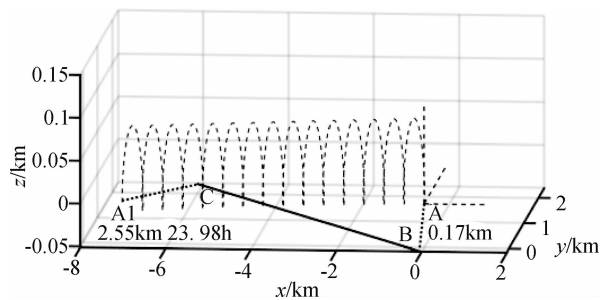


图1 接近场景示意图

$d_0 = 1.8\text{km}, 2\text{km}$  和  $2.2\text{km}$  三个允许接近距离对应的  $\delta a - t$  曲线。其次,假设允许的最小交垂线距离  $h_0 = 100\text{m}$ ,由式(18)计算不同控制时刻和控制量的函数曲线(图3)。图3绘制了  $h_0 = 90\text{m}, 100\text{m}$  和  $110\text{m}$  三个允许最小交垂线距离对应的  $\delta a - t$  曲线。可以看到曲线分为左右两支,同一控制时刻,对应正负2个控制量。

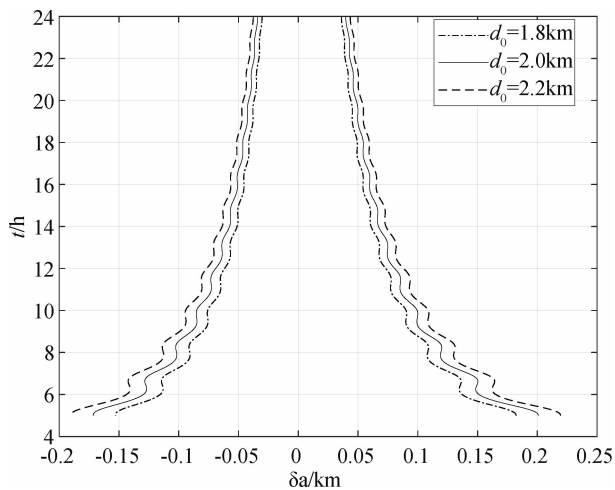


图2 最小接近距离约束  $\delta a - t$  曲线

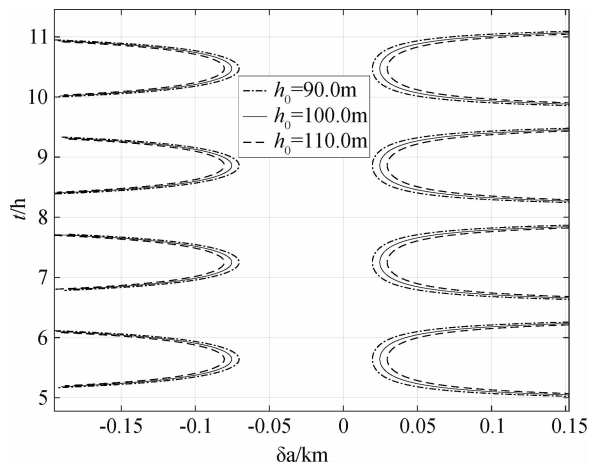


图3 最小交垂线距离约束  $\delta a - t$  曲线

为便于分析,将图2和3合并绘制如图4。图4中实线即表示每一控制时刻,分别由距离约束和交垂线约束确定的控制量中的较小值。据图4,可以确定满足规避约束条件的最小控制策略。首先确定控制时刻。考虑载荷应用、测控条件、卫星状况的诸多工程约束条件的限制,结合图4给出的  $\delta a - t$  曲线,确定控制时刻。其次确定控制时刻对应的最优控制量。半长轴机动方向受卫星推力器的安装位置和卫星姿控设计约束,为了节省燃料及尽量少偏离卫星工作轨道,半长轴控制量一般越小越好。图4中标出了A、a、B、b四个点,A、a纵坐标为交会前21小时的控制时刻,B、b纵坐标为交会前12小时的控制时刻。横坐标分别为对应时刻实施控制的最优控制量。在交会前21小时实施控制,会有A、a两个控制点,控制量分别为  $-39.3\text{m}$  和  $46.0\text{m}$ 。从节省燃料和尽量少偏离卫星工作轨道的角度选择A点为最优控制点,即降低半长轴  $39.3\text{m}$ 。如果因为卫星推力器设计不便于降低半长轴控制,可以采取抬高半长轴  $46.0\text{m}$  的策略;此时主要采取距离隔离的方式进行规避。在交会前12小时实施控制,会有B、b两个控制点,控制量分别为  $27.2\text{m}$  和  $-69.1\text{m}$ 。从节省燃料和尽量少偏离卫星工作轨道的角度选择B点为最优控制点,即抬高半长轴  $27.2\text{m}$ ;此时主要采取交垂线方向隔离的方式进行规避。将以上A、a、B、b四个点的控制策略采用高精度轨道控制及预报模型进行验证,满足距离隔离和交垂线隔离的要求,且是对应的最小控制量。

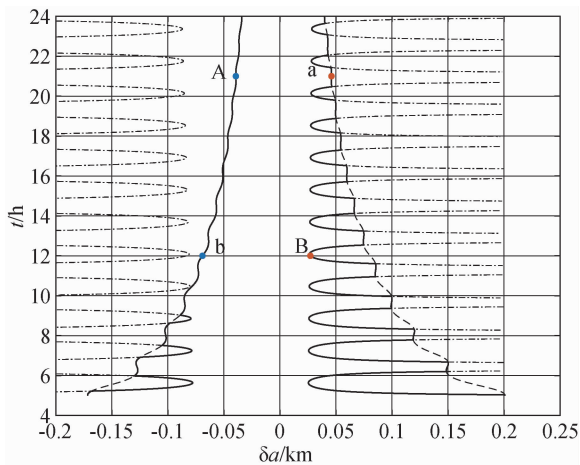


图4 接近安全约束下  $\delta a - t$  曲线

下面讨论控制时刻的敏感性。对于距离隔离情况,在图4中A点确定的控制量为  $-39.3\text{m}$  时,

绘制控制时刻  $U_k = 2k\pi$  与接近距离的关系如图 5。图 5 中星号表示相位差  $U_k = 2k\pi$  对应的控制时刻,  $k$  为正整数。式(10)中, A1 星沿 A 星运行方向的距离表达为  $\delta a(2\sin u - \frac{3u}{2})$ , 当  $u \in 2k\pi + [-0.406\pi, 0.406\pi]$  ( $k$  为整数) 时变化很小。这一变化范围是相位  $u_k = 2k\pi$  对应控制时刻  $t_k$  前后  $0.406\pi/n = 19.6\text{min}$ 。在选择规避控制的时间时, 由于在这个时间段对接近距离不敏感, 因此可以用来调整控制时刻以满足其他约束, 比如有时候需要在测控弧度内进行控制。

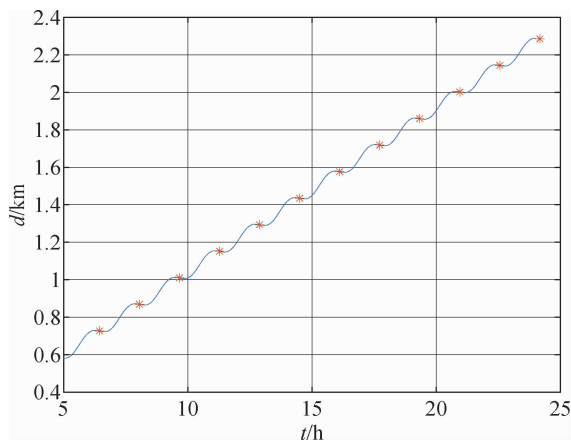


图 5 控制时刻与接近距离函数曲线

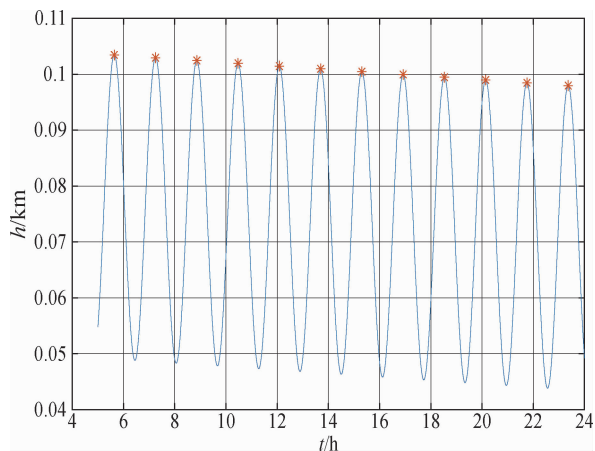


图 6 控制时刻与交垂线距离函数曲线

对于交垂线隔离的情况, 由式(18)可见, 当相位差  $u_k = (2k + 1)\pi$  时, 交垂线隔离距离需要的控制量最小。图 4 中 B 点确定的控制量为 27.2m, 在该控制量情况下, 控制时刻与交垂线距离的关系如图 6, 图中星号表示的相位差是  $u_k = (2k + 1)\pi$  对

应的控制时刻。

## 4 结论

针对低轨航天器碰撞规避单脉冲切向最小控制量确定问题, 采用相对轨道动力学理论方法, 推导单脉冲切向控制情况下控后轨道与不控轨道的相对运动方程。定义了接近坐标系, 在该坐标系中分析了碰撞预警交会点附近的相对几何关系, 讨论了在最小接近距离约束、最小交垂线距离约束两种情况下, 指定控制时刻对应的最小单脉冲切向规避控制量的确定方法, 证明了控制量与规避距离的单调性关系。最后, 通过算例给出了工程上可以应用的最小控制量确定流程, 并讨论了控制时刻对控制效果的敏感性问题。分析表明, 仅考虑对距离约束影响效果情况下选择控制时刻, 在实施接近距离约束控制时, 当控制点相位在交会点相位前后 20 分钟内, 对接近距离的敏感性较小; 当实施交垂线距离约束控制时, 在距离交会点相位差  $180^\circ$  位置控制, 交垂线距离拉开效果最好; 在控制时刻确定的情况下, 前述两种距离约束确定的最小控制量是唯一的。大于该控制量的控制, 均会使接近距离或者交垂线距离更大, 满足预警解除的要求。以上单脉冲切向碰撞规避最小控制量的确定方法, 可以适用于未来大量在轨卫星对于日益增多的碰撞规避控制策略的需求, 即仅需要交会点的空间接近信息和主星的空间速度信息, 就可快速确定单脉冲切向规避最优控制量。

## 参 考 文 献

- [1] 李翠兰, 欧阳琦, 陈明, 等. 大型低轨航天器与星座卫星的碰撞风险研究[J]. 宇航学报, 2020, 41(9): 1158-1165. (Li Cuilan, Ouyang Qi, Chen Ming, et al. Analysis of collision risk between constellation satellites and large low-orbit spacecraft[J]. Journal of Astronautics, 2020, (9):1158-1165.)
- [2] 云朝明, 胡敏, 宋庆雷. 巨型低轨星座安全性研究及其规避机动策略综述[J]. 空间碎片研究, 2020, 20(3):17-23. (Yun Chaoming, Hu Min, Song Qinglei. Security research and maneuver avoidance of LEO constellation[J]. Space Debris Research, 2020, 20(3): 17-23.)
- [3] 姚党甯, 王振国. 航天器在轨防碰撞自主规避策略[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(6):100-103. (Yao Dangnai, Wang Zhenguo. Active collision avoid-

- ance maneuver strategy for on-orbit spacecraft[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(6):100-103.)
- [ 4 ] 张荣之, 杨开忠. 航天器飞行防撞预警技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2017:150, 154-157.
- [ 5 ] 郭荣. 近地轨道航天器的空间碎片碰撞预警与轨道规避策略研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2005. (Guo Rong. Study on space debris collision early warning and maneuver strategy to low earth orbit spacecraft[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.)
- [ 6 ] 王建峰, 刘静, 刘林. 规避时段的选择与机动变轨研究[J]. 空间科学学报, 2009, 29(2):234-239. (Wang Jianfeng, Liu Jing, Liu Lin. Research of the evadible period and satellite orbit maneuver[J]. Chinese Journal of Space Science, 2009, 29(2):234-239.)
- [ 7 ] 韩蕾, 李聪颖, 白显宗, 等. 航天器碰撞规避机动优化策略研究[C]. 第三十届中国控制会议, 烟台, 2011年7月22-24日. (Han Lei, Li Congying, Bai Xianzong, et al. Research on optimum evading strategy from collision spacecraft[C]// Proceedings of the 30<sup>th</sup> Chinese Control Conference, Yantai, China, July 22-24, 2011.)
- [ 8 ] Mueller J B. Onboard planning of collision avoidance maneuvers using robust optimization[C]// Proceedings of the AIAA Infotech at Aerospace Conference: 2009-2051, Seattle, Washington, USA, April 6-9, 2009.
- [ 9 ] Leleux D, Spencer R, Zimmerman P, et al. Probability-based space shuttle collision avoidance [C]//Proceedings of Space OPS 2002 Conference, Houston, Texas, USA, Oct 10-19, 2002.
- [10] Peterson G E. Maneuver selection for probability reduction of near-circular orbit conjunction[R]. AIAA /AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit:2002-4630, Monterey, California, USA, August 5-8, 2002.
- [11] Patera R P, Peterson G E. Space vehicle maneuver method to lower collision risk to an acceptable level [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(2):233-237.
- [12] Kelly B D, Picciotto S D. Probability based optimal collision avoidance maneuvers [R]. AIAA: 2005-6775, Long Beach, California, USA, August 30-September 1, 2005.
- [13] 白显宗. 空间目标轨道预报误差与碰撞概率问题研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2013. (Bai Xianzong. Research on orbital prediction error and collision probability of space objects [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013.)
- [14] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 1998: 141, 149-152, 166-167, 180-184.
- [15] Alfriend K, Vadali S R, Gurfil P, et al. Spacecraft formation flying: dynamics, control and navigation[M]. Langford Lane, Kindlington: Butterworth-Heinemann, 2010.