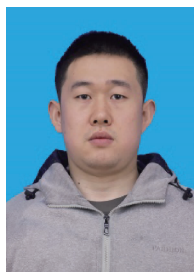


一种近似解析的再入滑翔飞行器可达域快速生成方法

李兆亭, 周 祥, 张洪波, 汤国建
国防科技大学空天科学学院, 长沙 410073



摘 要 针对再入滑翔飞行器可达域快速计算问题, 研究了一种近似解析求解方法。首先, 将可达域求解问题归结为两类纵、横程极值轨迹规划问题, 利用极大值原理推导出满足最大纵程/横程要求时飞行攻角对应当前最大升阻比攻角的结论, 通过仿真验证了该结论的正确性。其次, 结合再入滑翔飞行器动力学特性, 设计了不同极值轨迹的倾侧角变化规律, 并通过梯度下降方法优化得到相关参数。最后, 在不同飞行器初始状态条件下, 通过数值仿真得到了所提方法的可达域。其与伪谱法优化结果基本一致, 证明了所提方法的有效性。

关键词 滑翔飞行器; 再入可达域; 轨迹优化; 极大值原理; 伪谱法

中图分类号: V412.4+1 文献标识码: A

文章编号: 1006-3242(2023)04-0027-07

An Approximate Analytical Solution for the Footprint of Gliding Reentry Vehicles

Li Zhaoting, Zhou Xiang, Zhang Hongbo, Tang Guojian

College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha 410073, China

Abstract An approximate analytical approach to the footprint of gliding reentry vehicles is studied. Firstly, the problem is attributed to two types of longitudinal and transverse range extreme value trajectory planning problems with reference to the solution ideas in related literature. Regarding these two types of trajectory planning problems, the deduction that the attack angle should be the current maximum lift-to-drag ratio angle of attack is derived by introducing the principle based on extreme value, and the validity of this deduction is verified by simulations. Secondly, the bank angle variation laws for different extreme value trajectories are designed by combining the dynamics of the vehicle, and the relevant parameters are calculated by using the gradient descent optimization method. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by simulations. Under the given conditions of different vehicle starting states, the results of the proposed method in the reachable domain are less different from those obtained by the pseudo-spectral method.

Key words Gliding vehicles; Reentry footprint; Trajectory optimization; Extreme value principle; Pseudo-spectral method

收稿日期: 2023-04-03

作者简介: 李兆亭(1993-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为飞行动力学与控制; 周 祥(1992-), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为飞行动力学与制导, 本文通信作者, E-mail: zhouxian14@nudt.edu.cn; 张洪波(1981-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为轨道力学、飞行器再入; 汤国建(1964-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为飞行器动力学、制导与控制。

0 引言

再入滑翔飞行器的可达域是指在满足过程约束条件下,飞行器从初始状态出发,能够到达着陆或者交班状态下所能允许的区域范围。它综合反映了飞行器的纵向机动能力与横向机动能力,体现了飞行器的整体机动性能。可达域的求解可为飞行器轨迹规划与制导、应急着陆点选择、制导律性能评估提供依据,具有重要意义。

可达域求解方法依赖于轨迹规划方法的发展。在基于经典的剖面轨迹规划方法研究条件下,发展得到了若干种可达域求解方法^[1-3]。如 He 等^[4]推导得到一个具有不确定性效应的再入走廊,其中攻角剖面可调节,纵向阻力剖面设计为上、下拟合安全边界的插值结果,横向升力-阻力剖面则利用准平衡滑翔条件得到,最后通过比例积分微分(PID)跟踪器来跟踪剖面,得到可达域。同时,随着优化算法的成熟与发展,具有剖面形式的轨迹规划问题亦可通过相关的优化算法进行规划求解,如梁巨平等^[5]选取倾侧角为时间的分段常值函数,采用遗传算法来求解一系列的轨迹优化问题。王涛等^[6]提出一种基于 Gauss 伪谱法的再入可达域计算方法,采用固定的攻角剖面,仅对倾侧角进行单变量寻优。

此外,还有一些研究者打破了剖面假设、拟平衡滑翔假设等藩篱,设计了其他类型的可达域求解方法,如基于虚拟目标点^[7]、基于直接法^[8-11]等。相比基于剖面的求解方法,这些新方法不需要设计相关剖面,其可达域范围更大且更接近实际值。如蔺君等^[12]对攻角、倾侧角进行参数化,利用带约束的差分进化算法求解满足再入过程约束和终端约束的再入轨迹。章吉力等^[13]对考虑禁飞区条件下的空天飞机再入可达区域问题进行研究,并基于极限绕飞轨迹提出一种不限禁飞区位置的可达区域求解方法。吴楠等^[14]基于平衡滑翔假设和最优化飞行准则,通过数值积分获得最大纵程和横程弹道,基于椭圆近似法利用 3 个末端点构建可达域椭圆边界。

在基于直接法的可达域计算方法中,伪谱法由于具有良好的适用性和强大的求解能力成为其中一类重要的方法。如岳彩红等^[15]基于改进高斯伪谱法对高超声速变形飞行器再入可达域进行了求

解。Wang 等^[16]在准平衡滑翔条件下,使用高斯伪谱法计算得到了返回航天器的可达域。此类可达域计算方法通常将可达域计算归结为两类问题,即最大/最小纵程轨迹规划问题和给定纵程下的最大/最小横程轨迹规划问题。

本文借鉴了上述基于直接法的可达域计算思路,针对描述可达域的极值轨迹规划问题,利用极大值原理推导出攻角应为当前最大升阻比攻角的相关推论,并仿真验证了该推论的有效性。其次设计了给定纵程下不同横程极值轨迹的倾侧角变化规律,并通过梯度下降的优化方法计算得到相关参数。最终,提出了一种近似解析的可达域求解方法,并通过仿真验证了所提方法的有效性。

1 再入动力学模型及其约束

在进行可达域的求解时,将飞行器的运动转换到换极坐标系^[17]中描述。在换极坐标系中,再入飞行器起点的经纬度均为 0,终点的经度和纬度分别描述了再入纵程和再入横程。利用这些特性,可方便地标定经纬度等参数的变化范围,简化弹道规划算法。

在换极坐标系下,可以推导得到飞行器再入运动方程,如下:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = -D - g' \sin\theta + \tilde{C}_v \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{L \cos\sigma}{v} - \frac{g' r \cos\theta}{v} + \frac{v \cos\theta}{r} + \tilde{C}_\theta + C_\theta \\ \frac{d\psi}{dt} = \frac{L \sin\sigma}{v \cos\theta} + \frac{v \tan\phi \cos\theta \sin\psi}{r} + \tilde{C}_\psi + C_\psi \\ \frac{dr}{dt} = v \sin\theta \\ \frac{d\lambda}{dt} = \frac{v \cos\theta \sin\psi}{r \cos\phi} \\ \frac{d\phi}{dt} = \frac{v \cos\theta \cos\psi}{r} \end{cases} \quad (1)$$

式中: v 为飞行器相对地球的速度, θ 为当地速度倾角。 ψ 为速度方位角,定义为速度矢量与正北方向的夹角,顺时针为正。 r 为地心距,定义为飞行器质心到地心的距离。 λ 和 ϕ 分别为换极坐标系下的经度和纬度。 g'_r 为重力加速度分量。地球旋转对应的牵连加速度项为 \tilde{C}_v 、 \tilde{C}_θ 和 \tilde{C}_ψ ,哥氏加速度项为 C_θ 和 C_ψ ,其表达式可以参考文献[17]。 σ 为倾侧角, L

和 D 分别为飞行器的升力加速度、阻力加速度。其计算公式为:

$$L = \frac{\rho v^2 S}{2M} C_L(\alpha) \quad D = \frac{\rho v^2 S}{2M} C_D(\alpha) \quad (2)$$

其中: ρ 为大气密度, M 为飞行器质量, S 为参考面积, C_L 和 C_D 分别为升力系数和阻力系数, 均与攻角 α 有关。

同时, 再入飞行中还需考虑多种过程约束, 如热流密度约束、过载约束、动压约束等, 如式(3)所示。

$$\begin{cases} \dot{Q} = \frac{k \dot{Q}}{\sqrt{R_N}} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{0.5} \left(\frac{v}{V_c} \right)^{3.15} < \dot{Q}_{max} \\ n = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{g_0} \leq q_{max} \\ q = \frac{1}{2} \rho v^2 \leq q_{max} \end{cases} \quad (3)$$

式中: \dot{Q} 为热流密度, $k \dot{Q}$ 为热流计算参数, R_N 为驻点半径, ρ_0 为海平面标准大气密度, V_c 为第一宇宙速度, \dot{Q}_{max} 为飞行器能承受的最大热流密度。 g_0 为地球引力加速度, q_{max} 为飞行器最大能承受的气动过载。 q 为动压, q_{max} 为最大动压。

本文中, 仿真所用的目标飞行器为 CAV-H, 其相关参数和气动数据可以参考文献[18]。

2 极值轨迹规划问题最优特性分析

将可达域求解的两类轨迹统称为极值轨迹, 意在说明该轨迹在纵、横程方面具有的最优性。同时将两类轨迹规划问题统称为极值轨迹规划问题。

为降低推导的复杂度, 本节中轨迹优化问题暂不考虑热流、过载、动压等约束。

2.1 最大纵程轨迹规划问题

对于该问题而言, 其升力几乎全部用于纵向的调整, 无侧向机动, 因此不妨令倾侧角始终为 0。同时, 假设 θ 为小角度, 忽略地球自转项。在这些假设条件下, 最大纵程轨迹优化问题就等价于最大路程轨迹优化问题。

记飞行器在横向平面内的路程为 S , 则有:

$$\dot{S} = \sqrt{(\dot{r}\varphi)^2 + (r\dot{\lambda}\cos\varphi)^2} = v\cos\theta \quad (4)$$

与公式(1)中的有关式子联立, 假设 θ 为小量, 并忽略二阶小量, 可得:

$$\begin{cases} \dot{S} = v \\ \dot{r} = v\theta \\ \ddot{S} - D - \theta L - \theta v^2/r \\ \ddot{r} = L - D\theta + v^2/r - g \end{cases} \quad (5)$$

不妨记, $S \triangleq x_1$, $r \triangleq x_2$, $\dot{S} \triangleq x_3$, $\dot{r} \triangleq x_4$ 。则有: $\theta = x_4/x_3$, $v = x_3$ 。

可将上述最大纵程轨迹优化问题近似转化为问题 PO, 如下所示:

$$\begin{cases} \min J = -x_1(t_f) \\ \text{s. t.} \\ \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -u_2 - \frac{x_4}{x_3}u_1 - \frac{x_4 x_3}{x_2} \\ \dot{x}_4 = u_1 - \frac{x_4}{x_3}u_2 + \frac{x_3^2}{x_2} - g \\ x_1(0) = 0, x_2(0) = r_0 \\ x_3(0) = v_0, x_4(0) = v_0\theta_0 \end{cases} \quad (6)$$

利用极大值原理求解上述问题 PO 的最优性条件。其哈密顿函数为:

$$\begin{aligned} H = \lambda_1 x_3 + \lambda_2 x_4 - \lambda_3 \left(u_2 + \frac{x_4}{x_3} u_1 + \frac{x_4 x_3}{x_2} \right) + \\ \lambda_4 \left(u_1 - \frac{x_4}{x_3} u_2 + \frac{x_3^2}{x_2} - g \right) \end{aligned} \quad (7)$$

其极值条件为:

$$H(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \mathbf{u}^*, t) = \min_{\mathbf{u}(t) \in U} H(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \mathbf{u}^*, t) \quad (8)$$

关于控制量的部分取为极小, 有:

$$\lambda_3 \left(-u_2 - \frac{x_4}{x_3} u_1 \right) + \lambda_4 \left(u_1 - \frac{x_4}{x_3} u_2 \right) \quad (9)$$

考虑到控制量 u_1, u_2 为飞行器的升阻力加速度, 应当满足一定的关系式, 有:

$$u_1 = k u_2 \quad (10)$$

式中: 升阻比 k 在不同速度和攻角下为不同的值。此时控制量只有攻角。

将 $\theta = x_4/x_3$ 代入, 则式(9)转化为:

$$u_1 (\lambda_4 - \lambda_3 \theta) - u_2 (\lambda_4 \theta + \lambda_3) \quad (11)$$

考察 CAV-H 飞行器的气动情况, 如图 1 所示。飞行器的升阻比随攻角具有相同的变化规律。其升阻比总是从 A 点的最小攻角开始, 逐渐增大至 B 点的当前最大升阻比攻角, 而后逐渐减小, 直到端点 C。

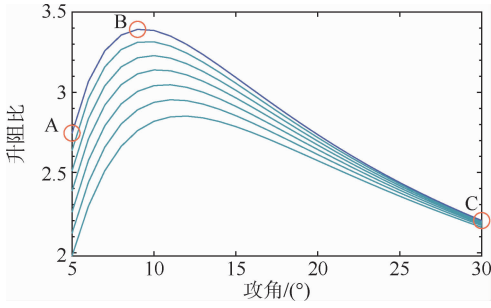


图1 不同速度、高度下的升阻比随攻角变化

$$\begin{cases} \min J = -\varphi(t_f) + (\lambda(t_f) - \lambda_e)^2 \\ \text{s. t.} \\ \dot{v} = -D - g\theta \\ \dot{\theta} = \frac{L\cos\sigma}{v} - \frac{g}{v} + \frac{v}{r} \\ \dot{\psi} = \frac{L\sin\sigma}{v} + \frac{v\tan\varphi\sin\psi}{r} \\ \dot{r} = v\theta \\ \dot{\lambda} = \frac{v\sin\psi}{r\cos\varphi} \\ \dot{\varphi} = \frac{v\cos\psi}{r} \\ v(0) = v_0, \theta(0) = \theta_0, \psi(0) = \frac{\pi}{2} \\ r(0) = r_0, \lambda(0) = 0, \varphi(0) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

因此不妨对式(11)分情况讨论:当攻角位于AB段时,因参数 $(\lambda_4 - \lambda_3\theta)$ 和 $(\lambda_4\theta + \lambda_3)$ 值大小的不同,其极小值一般取为A点或B点。当攻角位于BC段时,其极小值一般取为C点或B点。因此,最大纵程轨迹的攻角应为最大攻角、最小攻角和当前最大升阻比攻角三者之一。

2.2 给定纵程下的最大/最小横程轨迹规划问题

引入 θ 小角度假设,忽略地球自转项,则给定纵程下的最大横程轨迹规划问题P1可以描述为式(12),式中 λ_e 为给定的纵程。而对于最小横程问题而言,其性能指标取为 $J = \varphi(t_f) + (\lambda(t_f) - \lambda_e)^2$,其他完全一致。

求解问题P1的最优性条件,其哈密顿函数为:

$$\begin{aligned} H = & \lambda_1(-D - g\theta) + \lambda_2\left(\frac{L\cos\sigma}{v} - \frac{g}{v} + \frac{v}{r}\right) + \\ & \lambda_3\left(\frac{L\sin\sigma}{v} + \frac{v\tan\varphi\sin\psi}{r}\right) + \lambda_4v\theta + \\ & \lambda_5\frac{v\sin\psi}{r\cos\varphi} + \lambda_6\frac{v\cos\psi}{r} \end{aligned} \quad (13)$$

其极值条件为:

$$H(x^*, \lambda^*, u^*, t) = \min_{u(t) \in U} H(x^*, \lambda^*, u^*, t) \quad (14)$$

提取关于控制量的部分,并记有,

$$\sin\varepsilon = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}} \quad \cos\varepsilon = \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}} \quad (15)$$

则应当取极小值的部分为:

$$-D\lambda_1 + L\sin(\varepsilon + \sigma) \sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}/v \quad (16)$$

考虑到参数 $L \sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}/v$ 均大于0,则当 $\varepsilon + \sigma = -\pi/2 + 2k\pi, k = 0, 1, \dots, N$ 时有极小值。若 λ_2, λ_3 确切已知,则倾侧角可以通过倾侧角范围和上式直接计算得到。

当 $\varepsilon + \sigma = -\pi/2 + 2k\pi, k = 0, 1, \dots, N$ 时,式(16)进一步转化为:

$$-D\lambda_1 - L \sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}/v \quad (17)$$

不知系数 λ_1 和 $\sqrt{\lambda_2^2 + \lambda_3^2}/v$ 的具体数值,无法判断最优攻角。但与2.1节的分析类似,至少可以判定攻角是最大攻角、最小攻角、当前最大升阻比攻角之一。

2.3 结论验证

综上所述,对于这两类极值轨迹规划问题而言,其攻角应为最大攻角、最小攻角和当前最大升阻比攻角三者之一。

为检验上述结论的有效性,采用伪谱法对飞行器的可达域进行求解。采用两个算例进行换极坐标系下可达域求解,算例1的初始高度为60 km,算例2的初始高度为65 km,两个算例的初始速度均为6.5 km/s,初始速度倾角均为 0° ,终点速度要求大于1 km/s,终点速度倾角的大小不做限制要求,终点高度为30 km。

不同算例下各条极值轨迹的升阻比如图2所示。在图2中,短划线代表当前最大升阻比,点虚线代表最小攻角的升阻比,下方的点划线代表最大攻角的升阻比,上方的实线代表伪谱法规划结果的升阻比。

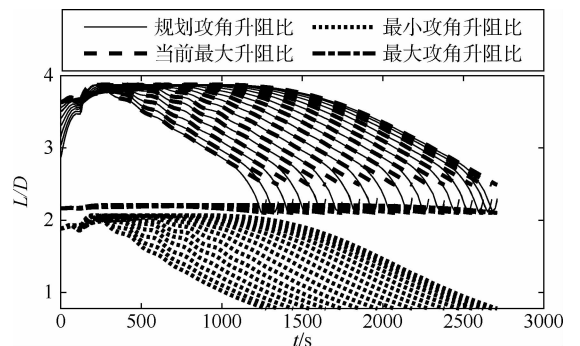


图2 不同算例下各极值轨迹的升阻比变化情况

可以看出,不同算例下飞行器的各极值轨迹几乎总是沿着当前最大升阻比攻角前进。除了开始时刻和终端时刻略有差别。这种差别可能由于优化方法中一些终端状态约束设置的不同引起。

从物理意义上,阻力代表了机械能的损耗速率。升力则有助于飞行器的上升,可增大速度倾角,使高度减小速率变缓甚至高度增加,从而增加纵程。从动力学角度来说,高度越高,阻力越小,也会使得机械能损失速率减小。那么,升阻比就代表了损失相同机械能的条件下,飞行器获得的纵程增益。升阻比小意味着其纵程增益小,当升阻比为 0 时,其纵程增益为 0,该运动退化为一个具有阻力加速度的抛物运动。显然,对于构成可达域边界的每一条轨迹,选择一个最大升阻比攻角,无疑是一个最优的选择。

因此,在计算可达域的极值轨迹时,不妨直接令攻角为当前最大升阻比攻角,积分到期望状态条件,可以得到一条近似的极值轨迹。

3 近似解析的再入可达域生成方法

对于最大纵程轨迹规划问题,可以以当前最大升阻比攻角和 0 倾侧角积分得到其轨迹。但对于给定纵程下的最大/最小横程轨迹规划问题而言,还需得到倾侧角的变化规律。

3.1 倾侧角近似与参数计算

倾侧角难以直接计算得到,在 2.2 节的分析中可知,其与拉格朗日乘子 λ_2 和 λ_3 直接相关,而拉格朗日乘子的估计一直是优化求解的难题。这里,考虑到文献[19]中可达域的求解结果,其倾侧角的变化非常有规律,因此不妨直接设计倾侧角的变化规律,以得到近似的可达域。

设计不同极值轨迹的倾侧角随时间的曲线为不同斜率、不同初值的直线。直线的起点为不同的初始倾侧角,直线的斜率为常值,直线的终点为 0。直线的起点,即初始倾侧角一般取为 $90^\circ i/N, i=1, \dots, N, N$ 为给定纵程下最大横程轨迹的数目。第 i 条轨迹的斜率 k_i 按照如下给定:

$$k_i = (i - 1)(k_{\max} - k_{\min}) / (N - 1) + k_{\min} \quad (18)$$

其中: k_{\max} 为最小纵程轨迹倾侧角变化的斜率, k_{\min} 为次最大纵程轨迹倾侧角变化的斜率。

对应的倾侧角变化规律为:

$$\sigma = 90^\circ i/N + k_i t \quad (19)$$

最小纵程轨迹对应的倾侧角变化规律为:

$$\begin{cases} \sigma = 90^\circ + k_{\max} t, & 0 \leq t \leq t_{\min} \\ k_{\max} = -90^\circ/t_{\min} \end{cases} \quad (20)$$

最大纵程轨迹对应的倾侧角变化规律为:

$$\sigma = 0, \quad 0 \leq t \leq t_{\max} \quad (21)$$

其中: t_{\max} 可通过令倾侧角为 0 并以当前最大升阻比攻角进行动力学积分得到。 t_{\min} 可以通过求解倾侧角符合上述变化规律的最小纵程问题得到。 t_{\min} 的详细求解流程如下所示:

- 1) 给定一个 t_{\min} 的估计值 t_0 ;
- 2) 令 $t_{\min} = t_0$ 和 $t_{\min} = t_0 + 10$,并积分计算 2 种情况下的纵程,计算纵程对于 t_{\min} 的梯度 g ,寻优方向为负梯度方向 $-\text{sgn}(g)$;
- 3) 回溯直线搜索方法确定寻优步长 Δt ,计算得到参数 $t_{\min} = t_{\min} - \text{sgn}(g)\Delta t$;
- 4) 如果寻优步长小于某一阈值 ε ,即 $\Delta t \leq \varepsilon$,则停止,并输出 t_{\min} ;否则令 $t_0 = t_{\min}$,进入步骤 2)。

如上所述,在求解得到参数 t_{\max} 和 t_{\min} 后即可确定 k_{\max} 和 k_{\min} ,则通过式(18)、(19)可以得到任意一条最大横程轨迹的倾侧角变化率。其给定纵程下最小横程轨迹的倾侧角变化规律与最大横程一致,但符号是相反的。

3.2 近似解析的可达域生成方法

最终,形成了一种可达域的近似解析求解方法。在此方法中,最大纵程轨迹通过令倾侧角为 0,以当前最大升阻比攻角进行动力学积分得到。给定纵程下的最大\最小横程轨迹,通过以设计的倾侧角变化规律和当前最大升阻比攻角进行动力学积分得到。其流程如图 3 所示。

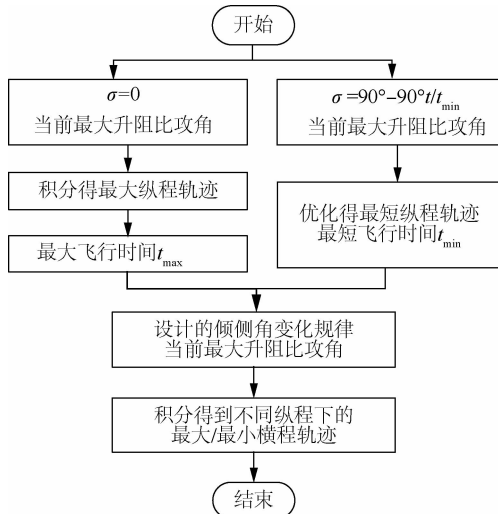


图 3 一种近似解析的可达域计算流程

如图 3 所示,首先以 0 倾侧角和当前最大升阻比攻角积分得到最大纵程轨迹,并得到最大飞行时间 t_{\max} 。然后以式(20)所示的倾侧角变化规律和当前最大升阻比攻角进行积分,并利用 3.1 节所述的优化方法计算得到最小飞行时间 t_{\min} 。最后以式(18)、(19)所述的倾侧角变化规律和当前最大升阻比攻角进行积分,得到一侧的极值轨迹。改变倾侧角的符号,积分得到另一侧的极值轨迹,即可形成再入飞行器的可达域。

4 仿真校验

为验证所提方法的有效性,本节选取 3 个不同的飞行器起点状态,分别利用所提方法和伪谱法计算得到各自的可达域。将得到的两组结果作为对比,验证本文所提方法的有效性和合理性。

可达域计算的参数设置如表 1 所示。在表 1 中,3 个起点状态被分别赋予了不同的速度与高度值,期望的终点速度大于 1 km/s,期望的终点高度在 10 km ~ 30 km 之间,同时不对终点的速度倾角做限制。得到的可达域近似结果如图 4 所示。

表 1 不同算例下的可达域求解参数设置

序号	$v_0/$ ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	$\theta_0/(\circ)$	h_0/km	$v_f/$ ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	$\theta_f/(\circ)$	h_f/km
1	6.5	0	60			
2	6.0	0	55	>1	~	10~30
3	5.5	0	50			

图 4 给出了不同起点状态下的可达域计算结果。其中实线代表伪谱计算得到的可达域边界,点划线代表由本方法计算得到的可达域边界,虚线为由本方法计算得到的各条极值轨迹。可见相对于伪谱法计算的结果,本方法得到的可达域与之极为接近,仅存在较小的差异。

同时,考虑到如图 3 所示的可达域计算流程,主要包含了参数 t_{\min} 的优化求解,极值轨迹的积分等过程。且参数 t_{\min} 的优化求解也仅仅借助于积分运算与梯度下降算法,因此对于整个求解过程而言,其不包含复杂的优化计算过程,具备工程试验的可操作性。

5 结论

针对再入滑翔飞行器的可达域计算问题,提出

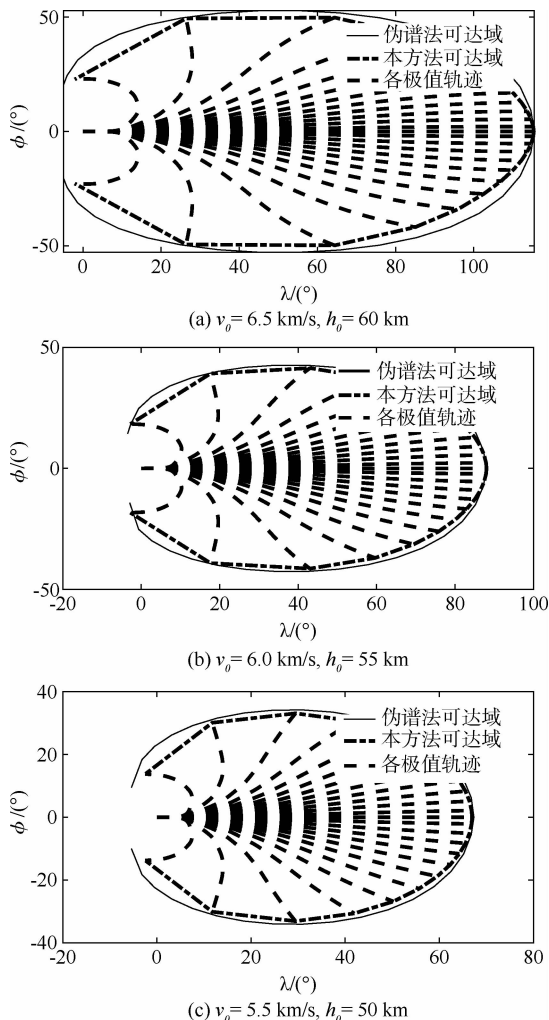


图 4 可达域计算结果对比

一种近似解析的可达域计算方法。首先针对 2 类极值轨迹优化问题进行了相关推导,指出无论是最大纵程轨迹优化问题,还是给定纵程下的最大/最小横程轨迹优化问题,其攻角应当是当前最大升阻比攻角。通过仿真验证了上述推论的有效性。然后针对性地设计了各条极值轨迹的倾侧角变化规律,给出了最终解析近似的可达域生成方法流程。最后通过与伪谱法计算得到的可达域的对比如,验证了本文所提方法的有效性。

参 考 文 献

- [1] Zhang Y L, Chen K J, Liu L H, et al. Rapid generation of landing footprint based on geometry-predicted trajectory[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2017, 231(10): 1851-1861.
- [2] 曾夕娟, 钟范俊, 丁学良, 等. 一种可重复使用再入飞行器的覆盖区求解方法[J]. 载人航天, 2017, 23

- (1): 14-20. (Zeng Xijuan, Zhong Fanjun, Ding Xueliang, et al. Method for landing footprint generation in reusable vehicles [J]. Manned Spaceflight, 2017, 23(1): 14-20.)
- [3] 赵江, 周锐. 基于粒子群优化的再入可达区计算方法研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(9): 1680-1687. (Zhao Jiang, Zhou Rui. Landing footprint computation based on particle swarm optimization [J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(9): 1680-1687.)
- [4] He R Z, Zhang Y L, Liu L L, et al. Feasible footprint generation with uncertainty effects [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2019, 233(1): 138-150.
- [5] 梁巨平, 周韬, 周浩. 再入飞行器平稳滑翔可达区域计算分析[J]. 兵器装备工程学报, 2018, 39(5): 112-116. (Liang Juping, Zhou Tao, Zhou Hao. Footprint generation of steady glide reentry vehicle [J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2018, 39(5): 112-116.)
- [6] 王涛, 张洪波, 李永远, 等. Gauss 伪谱法的再入可达域计算方法[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(3): 75-80. (Wang Tao, Zhang Hongbo, Li Yongyuan, et al. Landing footprint generation of entry vehicle based on gauss pseudospectral method [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(3): 75-80.)
- [7] Wang T, Zhang H B, Li Y Y, et al. An improved footprint generation method for entry vehicles [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2017, 231(10): 1951-1956.
- [8] 杜昕, 刘会龙. 探月飞船跳跃式再入轨迹可达域分析[J]. 载人航天, 2017, 23(2): 163-167. (Du Xin, Liu Huilong. Analysis of reachable sets of lunar module skip entry trajectory [J]. Manned Spaceflight, 2017, 23(2): 163-167.)
- [9] 乔浩, 李曾浩, 李新国, 等. 飞行器可达性问题的统一求解方法研究[J]. 弹道学报, 2017, 29(4): 9-14. (Qiao Hao, Li Zenghao, Li Xinguo, et al. A unified numerical method for aircraft accessibility problems [J]. Journal of Ballistics, 2017, 29(4): 9-14.)
- [10] 樊朋飞, 郭云鹤, 凡永华, 等. HGV 平衡滑翔式轨迹可达区域计算方法研究[J]. 计算机测量与控制, 2019, 27(5): 136-140. (Fan Pengfei, Guo Yunhe, Fan Yonghua, et al. Footprint calculation of HGV with equilibrium gliding trajectory [J]. Computer Measurement & Control, 2019, 27(5): 136-140.)
- [11] 赵吉松, 张建宏, 李爽. 高超声速滑翔飞行器再入轨迹快速、高精度优化 [J]. 宇航学报, 2019, 40(9): 1034-1043. (Zhao Jisong, Zhang Jianhong, Li Shuang. Rapid and high-accuracy approach for hypersonic glide vehicle reentry trajectory optimization [J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(9): 1034-1043.)
- [12] 蒯君, 何英姿, 黄盘兴. 基于差分进化算法的再入可达域快速计算 [J]. 中国空间科学技术, 2020, 40(4): 54-60. (Lin Jun, He Yingzi, Huang Panxing. Fast reentry landing footprint calculation using differential evolution algorithm [J]. Chinese Space Science and Technology, 2020, 40(4): 54-60.)
- [13] 章吉力, 周大鹏, 杨大鹏, 等. 禁飞区影响下的空天飞机可达区域计算方法 [J]. 航空学报, 2021, 42(8): 272-285. (Zhang Jili, Zhou Dapeng, Yang Dapeng, et al. Computation method for reachable domain of aerospace plane under the influence of no-fly zone [J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2021, 42(8): 272-285.)
- [14] 吴楠, 王锋, 赵敏, 等. 高超声速滑翔再入飞行器的可达区快速预测 [J]. 国防科技大学学报, 2021, 43(1): 1-6. (Wu Nan, Wang Feng, Zhao Min, et al. Fast prediction for footprint of hypersonic glide reentry vehicle [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2021, 43(1): 1-6.)
- [15] 岳彩红, 唐胜景, 郭杰, 等. 高超声速伸缩式变形飞行器再入轨迹快速优化 [J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(8): 2232-2243. (Yue Caihong, Tang Shengjing, Guo Jie, et al. Reentry trajectory rapid optimization for hypersonic telescopic deformable vehicle [J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43(8): 2232-2243.)
- [16] Wang Z, Yang M, Hu H X, et al. Landing footprint computation and simulation for spacecraft of reentry phase [C]// Signal and Information Processing, Networking and Computers. Singapore: Springer, 2020: 387-393.
- [17] Xie Y, Liu L H, Liu J, et al. Rapid generation of entry trajectories with waypoint and no-fly zone constraints [J]. Acta Astronautica, 2012, 77: 167-181.
- [18] Richie G. The common aero vehicle-space delivery system of the future [C]// Space Technology Conference and Exposition. Reston, Virginia: AIAA, 1999: 4435.
- [19] 李兆亭, 周祥, 张洪波, 等. 基于伪谱法的再入可达域影响因素分析 [J]. 上海交通大学学报, 2022, 56(11): 1470-1478. (Li Zhaoting, Zhou Xiang, Zhang Hongbo, et al. Analysis of entry footprint based on pseudospectral method [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2022, 56(11): 1470-1478.)